

Zur formalen Anwendung der linearen
Programmanalyse bei wirtschaftspolitischer
Zielsetzung
"Wohlfahrtsmaximierung"

Dissertation
vorgelegt der
Rechts- und Wirtschaftswissenschaftlichen Fakultät
der Johannes Gutenberg-Universität in Mainz
zur Erlangung des Grades eines —
Doktors der Staatswissenschaften (Dr. rer. pol.)

von
Diplom-Volkswirt
Eckhard Hustedt

1968

Digitized by the Internet Archive
in 2026

Zur formalen Anwendung der linearen
Programmanalyse bei wirtschaftspolitischer
Zielsetzung
"Wohlfahrtsmaximierung"

Dissertation
vorgelegt der
Rechts- und Wirtschaftswissenschaftlichen Fakultät
der Johannes Gutenberg-Universität in Mainz
zur Erlangung des Grades eines
Doktors der Staatswissenschaften (Dr. rer. pol.)

von
Diplom-Volkswirt
Eckhard Hustedt



Erstberichterstatter: Prof. Dr. H. Stöwe

Zweitberichterstatter: Prof. Dr. K. Rose

Tag der mündlichen Prüfung: 9. Februar 1968

Gliederung	Seite
Einführung	1
A) Wirtschaftspolitik - Wohlfahrtsökonomik - Programmanalyse	5
B) Die Zielfunktion	27
I) Ökonomische Interpretation der Zielfunktion	27
II) Exkurs über die Wohlfahrtsökonomik	36
a) Die Paretianische Wohlfahrtsökonomik	36
b) Die soziale Wohlfahrtsfunktion	39
III) Die Formulierung der Zielfunktion	43
a) Arrows Ansatz	43
1) Die Bedingungen	46
2) Das "General Possibility Theorem"	50
b) Modifikationen des Ansatzes	57
1) Kritik an einzelnen Bedingungen	57
1a) Bedingung III	57
1b) Bedingung V	58
2) Eingipflige Präferenzen	59
2a) Darstellung	59
2b) Eingipflige Präferenzen und Mehrheitsregel	61
3) Abschließende Bemerkungen	67
c) Formale Darstellung als Zielfunktion	68
d) Verhandlungstheorie	70
1) Verhandlungstheorie und Wohlfahrts- funktion	70

2) Das Problem der Verhandlungstheorie	75
2a) Allgemeine Darstellung	75
2b) Formale Darstellung	78
2c) Geometrische Lösung	80
e) Schluß	82
IV) Die Präferenzfunktion des policy maker	86
a) Die Bestimmung der Funktion	88
b) Formale Eigenschaften	91
1) Verlauf	91
2) Vorzeichenfrage	94
3) Die lineare Approximation	97
c) Exkurs: Die Präferenzfunktion bei eingeschränkter Rationalität	98
1) Begriff der eingeschränkten Rationalität	98
2) Ein wirtschaftspolitisches Modell bei eingeschränkter Rationalität	99
3) Ein Beispiel	103
V) Wohlfahrtsfunktion - Präferenzfunktion	105
C) Die Beschränkungsbedingungen	109
I) Klassifizierung der Beschränkungsbedingungen	109
a) Ökonomisch-technische Beschränkungsbedingungen	109
b) Beschränkungsbedingungen als Korrektur der Linearformen	113
II) Der zulässige Bereich	117
a) Modelltheorie	117
1) Strukturen	118
2) Modelle	123

3) Darstellung von Frisch	126
b) Exkurs über das allgemeine Problem der linearen Programmanalyse	128
c) Beispiele	132
1) Modell für einen Zielkonflikt	132
2) Das Modell I von Klein	136
2a) Darstellung des Modells	136
2b) Exkurs über die reduzierte Form	137
2c) Der zulässige Bereich	139
III) Die Wirtschaftsordnung	143
a) Das Problem der Bestimmung des wirt- schaftspolitischen Instrumentariums	143
b) Die Grundziele der Gesellschaftsge- staltung	145
c) Die Theorie des optimalen Regimes	147
1) Die direkte Lösung	148
2) Die indirekte Lösung	150
d) Quantitatives Problem - Qualitatives Problem	150
D) Aufspaltung des Gesamtproblems und Behand- lung der Teilprobleme	154
I) Programmanalyse und Bereichspolitiken	154
a) Ein Problem der Beschäftigungs- politik	155
b) Die Bestimmung der autonomen In- vestitionen	159
II) Suboptimierungsaspekte	161
a) Die zweistufige Programmanalyse	162

b) Das Zwei-Stufen-Modell	166
1) Zentralproblem - Sektorprobleme	166
2) Spieltheoretische Interpretation	173
c) Ökonomische Interpretation	177
 E) Effiziente Lösungen	 183
 Schluß	 188
 Anhang	 I

Einführung

Zusammenhänge zwischen der Programmanalyse und der Wirtschaftspolitik sind leicht zu finden. Die Programmanalyse scheint, wenn man die mathematischen Leerformen mit ökonomischem Gehalt füllt - sei er nun makroökonomisch oder mikroökonomisch -, das Gleiche auszusagen wie das ökonomische Prinzip: Aus den vorhandenen Möglichkeiten ist nach einem gegebenen Wertsystem die beste auszuwählen; nur bedient sich die Programmanalyse einer ungleich differenzierteren Sprache. Diese Maxime hat auch Bedeutung für die Wirtschaftspolitik, zumal wenn man ihr ein Hauptanliegen wie die Wohlfahrtsmaximierung unterstellt. Das Wertsystem wird in der Wohlfahrtsfunktion beschrieben, und mit ihrer Hilfe ist es dann möglich, die Wirtschaftspolitik optimal zu gestalten. Dieser Satz scheint unmittelbar einleuchtend zu sein, und Autoren aller Schulen wie auch die Praktiker würden ihm beipflichten. In der Sprache der letzteren lautet er: Es sind Prioritäten zu setzen.

Diese weitgehende Einigkeit liegt nun in der allgemein gehaltenen Formulierung, die - so die Ansicht des Verfassers - die "eigentlichen" Probleme verschleiert. Der Satz: - Dadurch, daß die Programmanalyse und die Wirtschaftspolitik auf der Denkweise des ökonomischen Prinzips beruhen, besteht zwischen ihnen ein Zusammenhang - kann nur eine Vorbemerkung zu dieser Arbeit

sein. Ihr Problem läßt sich besser in der Frage zusammenfassen, ob das Gebiet der Wirtschaftspolitik schon soweit durchschaut ist, daß man ihr(e) Anliegen in die komplizierte Sprache der Programmanalyse übertragen kann; oder anders formuliert, ob die wirtschaftspolitische Interpretation der Modelle der Programmanalyse noch für die reale Wirtschaftspolitik relevant ist, oder ob man nicht von "Zielen" und "Instrumenten" statt von realen Zielen und Instrumenten sprechen muß. Die Anführungszeichen sollen verdeutlichen, daß die Termini als logische Begriffe zu verstehen sind. Es handelt sich um Kategorien in einem abstrakten Relationssystem. Inwieweit die Sätze, die sich aus einem solchen System ableiten lassen, auf die Realität bezogen werden können, ist eine Frage, die gesonderter Prüfung bedarf ¹⁾.

Nimmt man diese kurzen Bemerkungen als Programm dieser Arbeit, so wird ihre Position, die nun nicht mehr auf allgemeine Zustimmung rechnen darf, deutlicher. Die Wirtschaftspolitik ist der bewußten Gestaltung zugänglich. Diese Gestaltung erschöpft sich nicht in der Konzeption einer irgendwie gearteten Wirtschaftsordnung, also in den qualitativen Aspekten, sondern sie schließt quantitative Maßnahmen mit ein, ja letztere beanspruchen sogar das Hauptinteresse. Gegenstand

1) Hutchison, T.W.; The Significance and Basic Postulates of Economic Theory, New York, 1957, reprinted, S. 57

dieser Arbeit wird sein, was im Streit der Meinungen mit bewußt abwertendem Unterton als das "bloß Rechenhafte" in der Wirtschaftspolitik bezeichnet wird.

Aufschlußreicher ist die folgende Übersicht über die Arbeit, die auch zugleich als Wegweiser für den Gang der Untersuchung dient. Der erste Abschnitt befaßt sich mit den mehr allgemeinen Aspekten des Problems. Die folgenden bringen eine eingehendere Diskussion der Detailfragen. Die Programmanalyse setzt eine Zielfunktion und Beschränkungsbedingungen voraus; damit sind auch schon die beiden folgenden Abschnitte genannt. Einer behandelt die Frage, ob sich eine Wohlfahrtsfunktion, wenn sie formuliert werden kann, als Zielfunktion in einem wirtschaftspolitischen Modell der Programmanalyse verwenden läßt; der andere befaßt sich mit den Beschränkungsbedingungen. Untersucht wird, inwieweit die makroökonomischen Modelle geeignet sind, die wirtschaftspolitischen Aktionsmöglichkeiten aufzuzeigen. Im letzten Teil wird ein Spezialproblem behandelt, für das ein vielversprechender Lösungsansatz vorliegt, nämlich die Aufspaltung des Gesamtproblems in einzelne Teilprobleme. Vor allem im Hinblick auf eine praktische Anwendung verdient dieses Dekompositionsverfahren Beachtung; denn die einzelnen Teilprobleme können gesondert bearbeitet werden, wobei zugleich der Gesamtzusammenhang berücksichtigt bleibt.

Als Demonstrationsobjekt wurde die lineare Programm-analyse gewählt, ohne Frage eine Einschränkung, die aber nicht willkürlich getroffen wurde. Die Programm-analyse steht auch heute noch in stürmischer Ent-wicklung, ständig werden neue Fragestellungen mit in die Untersuchung einbezogen, so daß schon die linearen Modelle ein überaus reiches Betätigungsfeld bieten¹⁾. Wenn man also im Rahmen einer Einzelarbeit zur Aus-wahl gezwungen ist: Was liegt dann näher als die Be-schränkung auf den Teilbereich der Programmanalyse, der am weitesten entwickelt ist und gesicherte Ergeb-nisse verspricht. Und noch ein zweites Argument spricht zugunsten der linearen Programmanalyse. Mag auch in manchen Fällen ein nichtlineares Modell für den Theoretiker befriedigender sein, so wird man doch in der Regel, wenn es um die Berechnung des Modells geht, auf ein lineares zurückgreifen müssen. Des mag zur Einführung in den Problemkreis genügen. Dem Verfasser bleibt jetzt nur noch die angenehme Auf-gabe, seinem verehrten Lehrer, Herrn Prof. Dr. Heinz Stöwe, für Anregungen zum Arbeitsthema und hilfreiche Betreuung über zwei volle Jahre hin zu danken.

1) Hicks, J.R.; Linear Theory, Economic Journal, Bd. 70, S. 676

A) Wirtschaftspolitik - Wohlfahrtsökonomik - Programmanalyse

Die Brauchbarkeit der Programmanalyse¹⁾ im mikroökonomischen Bereich wird heutzutage kaum noch bestritten, höchstens von eingeschworenen Gegnern der mathematischen Methoden, die anscheinend ihre Menschenwürde verletzt sehen, wenn mit Verhaltensfunktionen operiert wird²⁾. Wendet man sich dagegen dem Gebiet der Makroökonomie oder der Wirtschaftspolitik zu, - zwischen beiden Begriffen wird hier nicht sonderlich unterscheiden, da sich jedem makroökonomischen Problem ein inverses wirtschaftspolitisches zuordnen läßt³⁾ -, so werden die Urteile gleich zurückhaltender. Zwar gibt man zu, daß die logische Struktur vieler wirtschaftspolitischer Probleme der eines Problems der Programmanalyse gleich sei⁴⁾, jedoch sind diese Sätze meist in einschränkenden Wendungen formuliert und ziehen eine Reihe von Gegenargumenten nach sich, die sich vornehmlich mit der Zielfunktion befassen.

-
- 1) Für "Programmanalyse" ist auch das Wort "Programmierung" in Gebrauch.
 - 2) Röpke, Wilhelm; Der wissenschaftliche Ort der Nationalökonomie, in: Studium Generale, Bd.6, 1953, S.381
 - 3) Tinbergen, Jan; Economic Policy: Principles and Design, Amsterdam, 1964, S. 9
 - 4) Schiller, Karl; Wirtschaftspolitik, Handwörterbuch der Sozialwissenschaften, Bd.12, Stuttgart, Tübingen, Göttingen, 1965, S. 228
Stöwe, Heinz; Ökonometrie und makroökonomische Theorie, Stuttgart, 1959, S. 167
Planung in der freien Marktwirtschaft, Bergedorfer Protokolle, Bd. 7, Hamburg, Berlin, SS. 28, 47

Das Ziel dieser Arbeit ist nun, herauszufinden, ob die Programmanalyse bei der Lösung wirtschaftspolitischer Probleme dienlich sein kann. Dabei werden sicherlich die Schwierigkeiten auftreten, die die genannten Autoren zu diesen vorsichtigen Äußerungen veranlaßt haben; und vielleicht lassen sich einige der Probleme aus dem Weg räumen. Damit schließt sich diese Arbeit an die Reihe der Untersuchungen an, die sich in den letzten Jahren damit beschäftigten, Möglichkeiten aufzuzeigen, die Wirtschaftspolitik rational zu gestalten¹⁾. Der Wunsch, die Wirtschaftspolitik zu rationalisieren, scheint keiner Begründung zu bedürfen. Die heutigen sozialen und politischen Verhältnisse drängen einfach zu diesem Problem; und vielleicht kann man sogar so weit gehen wie R. Frisch, der von dem Erfolg der Bemühungen um eine rationale Wirtschaftspolitik das Überleben der demokratischen Gesellschaftsform abhängig macht²⁾.

Das vielleicht wichtigste Werk unter diesen neueren Beiträgen zur Wirtschaftspolitik sind Tinbergens Principles, in denen sich der Autor das Ziel gesetzt hat, die wirtschaftspolitischen Probleme wissenschaftlicher und systematischer als bisher zu behandeln³⁾.

-
- 1) Hierzu zählen z.B.: Boulding, Kenneth E.; Principles of Economic Policy, Englewood Cliffs, 1958; Theil, H.; Economic Forecasts and Policy, Amsterdam, 1958; Tinbergen, Jan; On the Theory of Economic Policy, 2.ed., Amsterdam, 1963; ders.; Economic Policy ..., a.a.O.
 - 2) Frisch, Ragnar; L'emploi des modèles pour l'élaboration d'une politique économique rationnelle, Memorandum fra Universitetets Sosialøkonomiske Institutt, Oslo, 1951, S. 1
 - 3) Tinbergen, J.; Economic Policy ..., a.a.O., S. 1

Unter anderem wird von Tinbergen auch das Problem der flexible target policy aufgeworfen¹⁾. Hierunter hat man sich ein Maximumproblem mit Nebenbedingungen vorzustellen. Der Maximand ist eine "gewisse" Funktion, eine soziale Wohlfahrtsfunktion, die eine funktionale Verknüpfung der Ziele und eventuell auch der Instrumente herstellt. Als Nebenbedingungen oder auch Beschränkungsbedingungen werden eine Anzahl von Beziehungen zwischen den Zielen und den Instrumenten genannt. Auf die Lösung dieses Problems wird bei Tinbergen nicht eingegangen. Er weist nur darauf hin, daß oft das trial and error - Verfahren als einzige Lösungsmethode bleibt.

Das Problem der flexible target policy, so wie Tinbergen es formuliert, entspricht nun in seiner Struktur genau den Problemen der Programmanalyse, die sich mit der Maximierung von Zielfunktionen unter Berücksichtigung von Beschränkungsbedingungen befaßt. Folglich liegt es nahe, die flexible target policy als ein Problem der Programmanalyse aufzufassen, womit man auch eine systematische Lösungsmethode gefunden hätte. Nun wird diese Konsequenz aber leichtes Unbehagen verursachen, und zwar deshalb, weil die Realitätsbezogenheit der flexible target policy nicht unmittelbar einleuchtet, und man die Gefahr laufen kann, für ein akademisches Problem eine ebenso akademische Lösung gefunden zu haben²⁾. Will man es also nicht dabei bewenden

1) Tinbergen, J.; Economic Policy..., s.s.O., S. 56

2) Wiseman, J.; Economic Analysis and Public Policy, Economic Journal, Bd. 70, 1960, S. 456

lassen, Tinbergen als Kronzeugen anzurufen und dann weiter zu theoretisieren, so muß man wohl prüfen, ob die Charakteristika der Programmanalyse, nämlich die Maximierungsvorstellung und die Beschränkungsbedingungen, auch für die Wirtschaftspolitik nachweisbar sind.

Orientiert man sich an den wirtschaftspolitischen Problemen, wie sie in der politischen Diskussion und den Wirtschaftsteilen der Tagespresse vorherrschen, so gerät man leicht in Schwierigkeiten, wollte man sie mit dem Maximierungsdenken in Verbindung bringen. In diesen Bereichen zerbricht man sich den Kopf über die Möglichkeiten, Vollbeschäftigung, Geldwertstabilität, Zahlungsbilanzausgleich, einen stetigen Konjunkturverlauf, eine irgendwie optimale Wachstumsrate und dergleichen mehr zu erreichen¹⁾, wobei die Aufmerksamkeit in der Regel nur auf ein einziges dieser Ziele gerichtet ist. Und in der Tat, hinter diesen Schlagworten verbergen sich, vielleicht mit Ausnahme des Wachstumszieles, überwiegend Gleichgewichts- oder Stabilisierungsvorstellungen²⁾. Nun läge es nahe, die in der politischen Diskussion übliche Unterteilung der Wirtschaftspolitik in einzelne Teilbereiche zu akzeptieren, wie es auch die traditionelle Theorie zuweilen getan hat³⁾, und die Anwendung der Programmanalyse nur in den Bereichspolitiken zu

1) Kirschen, E.S.u.a.; Ziele der praktischen Wirtschaftspolitik, in: Grundlagen der Wirtschaftspolitik, Hrsgb.: Gäfgen, G., Köln, Berlin, 1966, S.237 ff.

2) ebd.; S. 249 ff.

3) Grundlagen der Wirtschaftspolitik, a.a.O., Vorwort des Herausgebers, S. 12

untersuchen, die dem geforderten Maximierungsdenken entsprechen. Gegen ein solches Vorgehen ließen sich wohl keine logischen Einwände erheben, nur mutet es recht bescheiden an; denn man begibt sich damit der Chance, aufbauend auf Tinbergens allgemeinem Konzept der flexible target policy, in der Programmanalyse auch eine allgemeine Lösungsmethode zu gewinnen, die nicht nur auf wenige Spezialprobleme paßt.

Vorerst wird dem Weg der flexible target policy gefolgt, die Bereichspolitiken sollen später behandelt werden¹⁾.

Nimmt man die wirtschaftspolitischen Ziele nicht aus der praxisnahen politischen Diskussion, sondern geht auf theoretische Untersuchungen zurück, so findet man an deren Anfang nicht den bekannten Katalog der einzelnen Ziele, sondern ein generelles oder Hauptanliegen der Wirtschaftspolitik, nämlich die Maximierung irgendeiner Wohlfahrtsfunktion²⁾, und hat damit auch gleichzeitig das gesuchte Maximierungskonzept. Eine Wohlfahrtsfunktion wird gemeinhin als eine Zusammenfassung aller denkbaren Zustände der Gesellschaft definiert, wobei diese Zustände zugleich ihrer Vorzugswürdigkeit nach geordnet werden. Argumente dieser Funktion sind in der

1) Seite 154 ff.

2) Tinbergen, J.; On the Theory ..., a.s.O., S. 1
Boulding, Kenneth; a.s.O., S.8-9; König, Heinz; Die volkswirtschaftliche Gesamtrechnung als Instrument der Wirtschaftspolitik, Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft, Bd.114, 1958, S.385; Giersch, Herbert; Allgemeine Wirtschaftspolitik. Grundlagen, Wiesbaden, 1960, S.97 ff.; Bénard, Jean; Conflits et Choix dans l'Elaboration de la Politique Economique, Revue économique, Bd.13, 1962, S.723; Dobb, Maurice; An Essay on Economic Growth and Planning, London, 1960, S.13

Regel die Gütermengen, die jedem einzelnen Wirtschaftssubjekt zufließen, oder aber die individuellen Nutzenfunktionen aller Wirtschaftssubjekte, wobei jedem Argument noch ein Wägungsfaktor zugeordnet wird. Jeder Zustand der Gesellschaft läßt sich also genau beschreiben durch eine bestimmte Kombination der individuellen Gütermengen oder Nutzengrößen. Für wirtschaftspolitische Zwecke ist es aber auch denkbar, als Argumente nicht Gütermengen oder Nutzengrößen zu verwenden, sondern den Katalog der wirtschaftspolitischen Ziele¹⁾. Die Wohlfahrt ist dann eine Funktion dieser einzelnen Ziele, und jeder Zustand der Gesellschaft wird folglich beschrieben durch einen gewissen Beschäftigungsgrad, eine gewisse Wachstumsrate, einen bestimmten Zahlungsbilanzsaldo usw.

Hierzu ist nun zweierlei zu sagen. Akzeptiert man diese wirtschaftspolitische Definition der Wohlfahrtsfunktion, so wird man feststellen, daß man sich nicht grundsätzlich vom traditionellen Weg dadurch entfernt. Anhand dieser Funktion ist es ohne weiteres möglich, Probleme der Beschäftigungspolitik usw. zu diskutieren. Darüber hinaus leistet dieses Konzept aber noch einiges mehr. Es gestattet, die wirtschaftspolitischen Probleme von einem übergeordneten Gesichtspunkt aus zu behan-

1) Kirschen; a.a.O., S. 250

Klein, Lawrence; The Case for Planning, University Institute of Economics, Oslo, Stencil-memo, second printing, 1949, S. 21

König, Heinz; a.a.O., S. 388

Tinbergen, Jan; Economic Policy..., a.a.O., S.100

deln und Interdependenzen zu berücksichtigen¹⁾. Im Rahmen einer wohlfahrtsökonomischen Betrachtung der Wirtschaftspolitik erscheinen die aktuellen Ziele nur als abgeleitete oder Unterziele. In erster Linie wird nach dem Wohlfahrtsmaximum gefragt, und dann werden aus dem Maximum die entsprechenden Werte für den Beschäftigungsgrad, die Wachstumsrate, den Zahlungsbilanzsaldo usw. gefolgert. Die Untersuchung erfolgt also gewissermaßen auf einer anderen Ebene und bezieht sich nicht auf die vordergründigen aktuellen Probleme, die man in diesem Zusammenhang vielleicht auch als Scheinprobleme bezeichnen könnte; Scheinprobleme deshalb, weil die ausschließliche Verfolgung eines Teilzieles dem übergeordneten Ziel der Wohlfahrtsmaximierung, das sicher in der Realität oft mehr erfüllt als klar erkannt wird, Abbruch tut.

Auf der anderen Seite muß man sich aber bewußt sein, daß man die umfassende reine Maximierungsvorstellung mit der Einführung des gefährlichen Wohlfahrtsbegriffs erkaufte. Alle Schwächen und ungelösten Probleme - vielleicht auch unlösbaren - der Wohlfahrtsökonomik werden damit in die Theorie der Wirtschaftspolitik übernommen²⁾. Man wird sich vor allem der Frage gegenübersehen, um nur eine wichtige herauszugreifen, ob es

1) Milliken, Max F.; Objectives for Economic Policy in a Democracy, in: Income Stabilization for a Developing Democracy, Hrsgb: Milliken, M., New Haven, 1953, S.24; Wiseman, J.; a.s.O., S. 458

2) Allen, Clark Lee; Modern Welfare Economics and Public Policy, Southern Economic Journal, Bd.19, 1952-53, S.34 ff.; Wiseman, J.; a.s.O., S. 456

überhaupt möglich ist, die in der Theorie meist allgemein formulierte Wohlfahrtsfunktion zu spezifizieren und mit realem Gehalt zu füllen, damit sich operationale Vorschläge aus ihr ableiten lassen.

Diese Frage ist hier noch nicht zu entscheiden¹⁾. Im weiteren Verlauf der Arbeit wird sich zeigen, mit welcher Hypothek man die Analyse der Wirtschaftspolitik belasten muß, wenn man die naheliegende wohlfahrts-ökonomische Interpretation vornimmt, um auf diesem Umweg zur Anwendung der Programmanalyse zu kommen. Eines soll aber doch schon herausgestellt werden. Selbst wenn streckenweise nur ein inhaltsleerer Formalismus geboten werden sollte, so mag man dennoch nicht geneigt sein, diese Aussagen zu verwerfen. Zeigen sie doch die logische Struktur des Problems auf und leiten den Wirtschaftspolitiker in der Denkweise, zu der er gezwungen ist, wenn er sich dem Rationalitätspostulat unterwirft²⁾. Selbstverständlich wird zugegeben, daß bei der praktischen Anwendung der manchmal fehlende Informationsgehalt durch Fingerspitzengefühl und Intuition ersetzt wird. Dann besteht der Wert der wohlfahrtsökonomischen Formulierung der Wirtschaftspolitik immer noch darin, daß sie den Wirtschaftspolitiker vor Scheinproblemen bewahrt und ihm anzeigt, wo der logische Kalkül von der Intuition abgelöst wird. Wenn die Prämisse der vollständigen Rationalität Bedenken erregt, so sei darauf

1) Abschnitt II dieser Arbeit

2) Snyder, Richard; Game Theory and the Analysis of Political Behavior, in: Research Frontiers in Politics and Government, Brookings Lectures 1955, Washington, S. 102; Wiseman, J.; e.s.o., S. 457-58

hingewiesen, daß es einerseits fast eine Notwendigkeit ist; denn die Behandlung von Unsicherheit und Risiko in der Theorie ist noch nicht auf einem befriedigenden Stand. Zum andern scheint der Fehler nicht allzu groß zu sein; Modelle mit der Prämisse vollständiger Rationalität ergeben brauchbare Prognosen über das reale wirtschaftliche Verhalten¹⁾. Damit stellt sich hier eine Aufgabe, die in der mikroökonomischen Theorie schon vielfach gelöst ist. Faßt man die Gewinnmaximierungsregel (Grenzkosten = Grenzerlös)²⁾ als logische Implikation des Zieles Gewinnmaximierung auf, so ist damit nur die Struktur des Problems aufgezeigt und nichts über die praktische Lösung gesagt. Mit diesem Ergebnis hat sich die Theorie zufrieden gegeben, - die neuere Kritik an der Zielsetzung ist in diesem Zusammenhang nicht bedeutsam -, und ist sich immer bewußt gewesen, daß der reale Unternehmer diese Regel höchstens als Leitschnur nimmt und sich ansonsten mit Intuition und "sechstem Sinn" durch das Leben schlägt.

Ein weiterer Ansatzpunkt für eine Kritik an dieser Arbeit könnte sich aus der These ergeben, die behauptet, die mathematischen Methoden seien durchaus zu begrüßen, aber nur da, wo es sich um quantifizierbare Größen handele. Von diesem möglichen Einwand werden nur kleine Teile der Arbeit getroffen; man könnte deshalb über ihn hinweggehen, dennoch seien, mehr der Voll-

1) Harsanyi, John; Models for the Analysis of Balance of Power in Society, in: Logic, Methodology and Philosophy of Science, Hrsgb: Nagel, Suppes, Tarski, Stanford, 1962, S. 445

2) Für die Theorie des Haushalts läßt sich Ähnliches sagen.

ständigkeit halber, einige Bemerkungen dazu vorgetragen. Die neuere Auffassung von der Mathematik spricht von ihr vornehmlich als von einer Strukturlehre oder Lehre logischer Leerformen¹⁾. Für die Anwendungsmöglichkeit der Mathematik auf irgendwelche Erfahrungsobjekte ist dann das Kriterium keineswegs die Eigenschaft der Quantifizierbarkeit, sondern die Strukturisomorphie. Damit ist aber eine mathematische Behandlung nicht-quantifizierbarer Größen, denen man in der Wohlfahrtsökonomik häufig begegnet, nicht ausgeschlossen, wenn man das Aufzeigen der logischen Struktur eines Problems schon für einen Gewinn hält. Das Quantifizieren wird erst dann zu einem Problem, wenn man neben dem Denken auch noch das Zählen für unerlässlich achtet.

Neben dem reinen Maximierungskonzept, das sich also durchaus mit dem wirtschaftspolitischen Denken vereinbaren läßt, muß nun noch geprüft werden, ob man auch im Bereich der Wirtschaftspolitik von Beschränkungsbedingungen sprechen kann. Der Nachweis dieser Bedingungen ist so leicht erbracht, daß er fast trivial erscheint, liegt er doch schon in dem Satz, daß auf dieser Welt eben nicht alles möglich ist. Dahinter verbergen sich Schlüsse, die aus einfachen Identitätsbeziehungen gewonnen werden können. Es ist nicht möglich, über die Höhe des Sozialproduktes hinaus zu konsumieren und zu akkumulieren. Die Höhe des Sozialproduktes kann den

1) Weyl, Hermann; Philosophie der Mathematik und Naturwissenschaft, München, 1928, S. 21

Betrag nicht überschreiten, der durch die Ausstattung an Produktionsfaktoren und die Produktionstechnik gesetzt wird usw.¹⁾. Alle diese Identitätsbeziehungen zusammen begrenzen das sozialökonomische Universum und definieren einen Möglichkeitsbereich, der nicht überschritten werden kann²⁾. Daß diese Beschränkungsbedingungen auch darüber bestimmen, welche Werte die Wohlfahrtsfunktion annehmen kann, leuchtet sofort ein, wenn man sich an die Definition der Wohlfahrtsfunktion erinnert. Sie ist eine geordnete Zusammenfassung aller denkbaren Zustände der Gesellschaft, eine reine Wunschvorstellung³⁾, die keine Realisierungsmöglichkeiten berücksichtigt. Um das noch zu verdeutlichen, mag man sich das Maximum der Wohlfahrtsfunktion als eine Art Schlerraffenland denken; denn man hat es ja nur mit ökonomischen, also materiellen Größen zu tun. Die Beschränkungsbedingungen geben dann an, welche Zustände überhaupt möglich sind. Und soviel läßt sich jetzt schon sagen, das Schlerraffenland wird jenseits des Möglichkeitsbereichs liegen.

Darüber hinaus ist von Frisch der Vorschlag gemacht worden, Beschränkungsbedingungen aus humanitären, sozialen oder politischen Wertvorstellungen abzuleiten⁴⁾. Als Beispiele lassen sich anführen, daß die politischen Instanzen eine Untergrenze für das Lohnniveau oder eine

1) Boulding, Kenneth; a.a.O., S. 7

2) ders.; a.a.O., S.6

3) Kornai, János; Mathematical Planning of Structural Decisions, Amsterdam, 1967, S.398

4) Frisch, Ragnar; Macroeconomics and Linear Programming, in: 25 Economic Essays in Honour of Erik Lindahl, Stockholm, 1956, S. 40

Höchstgrenze für die Arbeitslosenzahl festsetzen.

Das Fazit dieser einleitenden Überlegungen ist nun, daß das wirtschaftspolitische Problem ein Wahlproblem ist. Aus einer begrenzten Anzahl von Möglichkeiten soll nach einem bestimmten Kriterium die bestmögliche ausgewählt werden¹⁾. Wie schon gesagt, geht die Programmanalyse von der gleichen Problemstellung aus, und sie bietet auch eine Lösung des Problems. Mit dieser allgemeinen Feststellung ist aber noch nichts gewonnen, sie berechtigt nicht zu der Folgerung, daß man in der Programmanalyse die adäquate Lösungsmethode für das wirtschaftspolitische Problem gefunden habe und nun aller Sorgen ledig sei. Den Stein der Weisen hat man erst, wenn es gelungen ist, das Hauptproblem der Wirtschaftspolitik genau in der Sprache der Programmanalyse zu beschreiben. Die rechnerische Lösung des Ansatzes wird hier als ein mehr technisches Problem ausgeklammert. Und so scheint sich auch hier der Satz zu bewahrheiten, daß oft die Formulierung eines Problems schwieriger ist als seine Lösung, die sich dann meistens von selbst ergibt²⁾.

Im folgenden Abschnitt soll die bisher nur oberflächlich gekennzeichnete Struktur eines Problems der Pro-

1) Millikan, Max; a.a.O., S. 72

Bénard, Jean; a.a.O., S.722

Nath, S.K.; Are formal Welfare Criteria Required?, Economic Journal, Bd. 74, 1964, SS. 568,574

2) Morgenstern, Oskar; Wann ist ein wirtschaftspolitisches Problem lösbar?, in: Morgenstern, O.; Spieltheorie und Wirtschaftswissenschaft, Wien, München, 1963, S. 10

grammenanalyse eingehender beschrieben werden. Die Darstellung wird so allgemein wie möglich gehalten. Voraussetzung ist nur, daß vollständige Information gegeben ist und daß vom Zeitfaktor abstrahiert wird. Probleme der stochastischen und dynamischen Programmanalyse lassen sich also nicht unter diese generelle Beschreibung subsumieren. Daß hin und wieder auf die Verbindung zum wirtschaftspolitischen Problem hingewiesen wird, dient nur der Verdeutlichung und wird die Allgemeinheit der Beschreibung nicht beeinträchtigen. Es scheint in diesem Rahmen angebracht, gleich über die rein formale Darstellung hinauszugehen und die Probleme der Programmanalyse als Entscheidungsprobleme zu interpretieren¹⁾.

Ein Akteur²⁾, in diesem Fall der "policy maker"³⁾, sieht sich einer Menge von Wahlmöglichkeiten gegenüber.

Diese Menge sei $\underline{X}$. Sie ist definiert als das cartesische Produkt der Mengen $\underline{X}_1, \underline{X}_2, \dots, \underline{X}_i, \dots, \underline{X}_N$.

$$(A.1) \quad \underline{X} = \underline{X}_1 \times \underline{X}_2 \times \dots \times \underline{X}_i \times \dots \times \underline{X}_N.$$

Jede dieser Mengen umfaßt alle Werte einer ökonomischen Variablen. So sei beispielsweise $\underline{X}_i$ die Menge aller

-
- 1) Kromphardt, Wilhelm; Henn, Rudolf; Förstner, Karl; Lineare Entscheidungsmodelle, Berlin, Göttingen, Heidelberg, 1962, S. 6
Papandreou, Andreas; Fundamentals of Model Construction in Macroeconomics, Athen, 1962, S. 74 ff.
ders.; Introduction to Macroeconomic Models, Athen, 1965, S. 93 ff. In den Grundzügen richtet sich die obige Darstellung nach den genannten Werken Papandreous.
 - 2) Gäfgen, Gérard; Theorie der wirtschaftlichen Entscheidung, Tübingen, 1963, S. 20
 - 3) Der englische Ausdruck wurde beibehalten, da es anscheinend keinen gleich präzisen deutschen Begriff gibt.

Zahlungsbilanzsalden, oder $\underline{X}_k$ sei die Menge aller Geldmengen. Für die mathematische Behandlung des Problems ist es noch erforderlich, die mathematischen Eigenschaften dieser Mengen zu bestimmen. Für jede Menge ist also Folgendes festzulegen:

$$(A.2) \quad \underline{X}_i = \left\{ x_i : P_i(x_i) \right\}, \quad (i=1, \dots, N),$$

wobei P_i für die mathematischen Eigenschaften steht. Man kann zum Beispiel lesen:

$$\underline{X}_i = \left\{ x_i : x_i \text{ ist eine reelle Zahl} \right\}.$$

Für den policy maker ist $\underline{X}$ das ökonomische Universum oder, nach der obigen Terminologie, die Zusammenfassung aller Zustände der Gesellschaft. Ein Element $\underline{x} \in \underline{X}$ ist dann ein spezieller Zustand der Gesellschaft. Die $\underline{x}$ sind N-Tupel der Form:

$$(A.3) \quad \underline{x} = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_N),$$

was genau der obigen Aussage entspricht, daß ein Zustand der Gesellschaft durch einen bestimmten Wert jeder ökonomischen Variablen vollständig beschrieben sei.

Der policy maker ist in der Lage, die Menge $\underline{X}$ der Wahlmöglichkeiten vollständig zu ordnen¹⁾. Das geschieht durch die Präferenzrelation " $\succeq$ ", in Worten: Nicht schlechter als.

a) Für irgendzwei $\underline{x}_i, \underline{x}_k \in \underline{X}$ gilt
entweder $\underline{x}_i \succeq \underline{x}_k$ oder $\underline{x}_k \succeq \underline{x}_i$.

Diese Annahme besagt, daß alle Wahlmöglichkeiten miteinander vergleichbar sind. Sie geht weit über die Vorstellung der Paretooptimalität hinaus, die aber später

1) Kromphardt; s.o., S. 302 ff.

noch behandelt wird¹⁾. Gilt sowohl $\underline{x}_i \succsim \underline{x}_k$ als auch $\underline{x}_k \succsim \underline{x}_i$, dann ist der policy maker indifferent zwischen $\underline{x}_i$ und $\underline{x}_k$. Dafür wird geschrieben

$$\underline{x}_i \sim \underline{x}_k.$$

Gilt $\underline{x}_i \succ \underline{x}_k$ und $\underline{x}_k \not\succ \underline{x}_i$, so schreibt man

$$\underline{x}_i \succ \underline{x}_k,$$

in Worten: $\underline{x}_i$ wird $\underline{x}_k$ vorgezogen.

b) Für beliebige $\underline{x}_i, \underline{x}_g, \underline{x}_k \in \underline{X}$ gilt:

wenn $\underline{x}_i \succsim \underline{x}_g$ und $\underline{x}_g \succsim \underline{x}_k$, dann $\underline{x}_i \succsim \underline{x}_k$.

Diese Annahme beinhaltet das bekannte Transitivitätsaxiom.

Nun sind aber nicht alle Elemente in $\underline{X}$ für den policy maker erreichbar. Die Elemente, die er realisieren kann, bilden den zulässigen Bereich $\underline{X}^+$, der eine Untermenge von $\underline{X}$ ist,

$$(A.4) \quad \underline{X}^+ \subset \underline{X}.$$

$\underline{X}^+$ steht für die Beschränkungsbedingungen. Um die Lösbarkeit des Problems zu garantieren, wird gefordert,

$$(A.5) \quad \underline{X}^+ \neq \emptyset^2).$$

Das mag vorläufig zum zulässigen Bereich genügen; für die genaue Beschreibung ist ein ganzes Kapitel reserviert³⁾. Das Programmierungsproblem besteht nun darin, ein $\hat{\underline{x}} \in \underline{X}^+$ zu finden mit der Eigenschaft, daß für alle $\underline{x} \in \underline{X}^+$ gilt:

$$(A.6) \quad \hat{\underline{x}} \succsim \underline{x}.$$

1) Seite 36 ff.

2) $\emptyset$ ist das Zeichen für die leere Menge.

3) Seite 117 ff.

$\underline{x}$ ist das optimale Element, die Lösung.

Ein Zustand der Gesellschaft, d.h. ein N-Tupel $\underline{x}$, umfaßt nun alle Arten von ökonomischen Variablen, nicht nur Zielvariablen, die Wohlfahrtsfunktion dagegen wurde anfangs nur auf die Zielvariablen bezogen. Man kann beide Darstellungsweisen in Einklang bringen, wenn man zwischen H exogenen und I endogenen Variablen unterscheidet, $H + I = N$. Die exogenen Variablen mag man als Instrumentalvariablen, die endogenen als Zielvariablen interpretieren. Statt des N-Tupels $\underline{x}$ ist dann zu schreiben $(\underline{z}, \underline{y})$, wobei $\underline{z} = (z_1, \dots, z_H)$ und $\underline{y} = (y_1, \dots, y_I)$. Die z_i sind die Instrumentalvariablen, die y_i die Zielvariablen. Zum Verständnis mag die vorläufige Andeutung genügen, daß zwischen Ziel- und Instrumentalvariablen gewisse Beziehungen bestehen. Die Präferenzordnung wird nun nur für die I-Tupel $\underline{y} \in \underline{Y}$ definiert; in ihren formalen Eigenschaften entspricht sie der für die N-Tupel $\underline{x}$, weswegen sie nicht wiederholt werden muß. $\underline{Y}$ ist wie folgt definiert:

$$(A.7) \quad \underline{Y} = \underline{Y}_1 \times \underline{Y}_2 \times \dots \times \underline{Y}_g \times \dots \times \underline{Y}_I.$$

$\underline{Y}_g$ steht dabei für die Wertmenge einer beliebigen Zielvariablen, zum Beispiel für die Menge aller Beschäftigungsgrade.

Nun ist aber eine Bemerkung zu der These erforderlich, daß es genügt, die Präferenzrelation nur für die Zielvariablen zu definieren. Diese These beruht auf der Annahme, daß die Instrumente keinen Eigenwert haben, daß die Denkkategorie Ziel - Instrument wertfrei ist, und gerade das wird häufig bestritten. Es wird argumentiert,

daß zum Beispiel das Ziel der Vollbeschäftigung durch Erhöhung der Staatsausgaben oder durch eine Manipulation der Steuersätze zu erreichen sei. Habe man die Wahl zwischen beiden Instrumenten, so sei eine Erhöhung der Staatsausgaben vorzuziehen, weil eine Manipulation der Steuersätze die Einkommensverteilung "verschlechtere". So kann man aber nur argumentieren, wenn man in die Diskussion über das Vollbeschäftigungsziel plötzlich durch die Hintertür eine Verteilungs-Norm einführt. Da ein I-Tupel $\underline{y}$ nun aber alle Zielvariablen umfaßt, - da es gerade der Vorteil der Programmanalyse ist, alle Ziele simultan untersuchen zu können, - trifft der Einwand nicht. Eine Bewertung der Instrumente, die über reine Urteile über die Zweckmäßigkeit des Einsatzes hinausgeht, ist dann nur noch möglich, wenn man sich in den Bereich metaökonomischer Werte flüchtet, der aber vorerst noch nicht betreten werden soll.

Zum besseren Verständnis der Arbeit wird die Darstellungsweise leicht modifiziert. W sei eine Klasse von Abbildungen¹⁾. Jedes $w \in W$ habe die Form

$$(A.8) \quad w : \underline{Y} \longrightarrow \underline{R}^{(n)}.$$

$\underline{Y} \subset \underline{X}$ und $\underline{R}^{(n)}$ ist die Menge der reellen Zahlen. Eine Abbildung w wird nun Zielfunktion genannt²⁾. W enthält nicht beliebig viele Abbildungen jeglicher Art; W sei

1) Papendreu, A.; Fundamentals..., s.s.O., S. 78
Statt des Index u wird hier w benutzt, um Verwechslungen mit der mikroökonomischen Nutzentheorie zu vermeiden.

2) Kromphardt; s.s.O., S. 303

in der Weise eingeschränkt, daß es nur monoton wachsende Funktionen enthält¹⁾. Die Abbildungen w haben folgende Eigenschaft: Für jedes $w \in W$ und irgendzwei $y_i, y_k \in Y$ gilt:

$$(A.9) \quad w(y_i) \geq w(y_k)$$

genau dann, wenn

$$y_i \succeq y_k.$$

w ist ein Wohlfahrtsindex, der das Präferenzsystem des policy maker entsprechend der ursprünglichen Ordnungsrelation " $\succeq$ " für Y ausdrückt. Jedes $w \in W$ impliziert ein optimales Element $\hat{y} \in \hat{X}$. $\hat{y}$ hat dann die Eigenschaft, daß für jedes $w \in W$

$$(A.10) \quad w(\hat{y}) = \max_{y \in \hat{X}} w(y)$$

gilt.

Der letzte Schritt, die Abbildung der Ordnungsrelation auf die reellen Zahlen, mag vielleicht Bedenken erregen; denn er impliziert einen kardinal meßbaren Wohlfahrtsindex, was unter Umständen noch akzeptiert werden kann, wenn w nur auf den policy maker bezogen wird, jedoch recht zweifelhaft erscheint, wenn w eine soziale Wohlfahrtsfunktion darstellen soll. Nun ist diese Folgerung, nämlich kardinal meßbare Wohlfahrt, eine elementare Voraussetzung, die man hinnehmen muß, wenn man die Programmanalyse in Betracht zieht. Sicherlich ist damit der denkbare Einwand nicht entkräftet; es muß allerdings

1) Samuelson, Paul A.; Foundations of Economic Analysis, 7.ed., Cambridge, Mass., 1963, S. 236

wieder auf den weiteren Verlauf der Arbeit verwiesen werden, wo sich zeigen wird, welches Gewicht ihm beizumessen ist¹⁾.

Das eben beschriebene Problem der Programmanalyse muß nun für die Zwecke der Berechnung spezifiziert werden. Hier wird unterstellt, alle Beziehungen seien linear. Es wird im folgenden ein Problem der linearen Programmanalyse formuliert. Das bedeutet für den Aussagebereich dieser Arbeit ohne Zweifel eine schwerwiegende Einschränkung, zu der man sich aber aus nachstehenden Gründen berechtigt fühlen mag.

Mit dieser Hypothese folgt man einem Zweig der wirtschaftstheoretischen Tradition. Wer sich aber mit diesem Argument nicht zufrieden gibt, wer Zweifel hegt, ob man nicht dem starken Verlangen nach klaren, eindeutigen Lösungen erliegt und deswegen sich die Welt kurzerhand als eine Schar von Geraden vorstellt, der wird vielleicht folgendem Gedankengang zustimmen. Geht aus theoretischen Einsichten die Annahme hervor, eine gewisse Funktion sei nichtlinear, so ist es durchaus statthaft, diese Funktion bei der Berechnung durch lineare Segmente zu approximieren²⁾. Man betrachtet nur Teilstücke einer Funktion und sagt dann, eine beliebige nichtlineare Funktion $f = f(x_1, \dots, x_n)$ kann im Bereich von f_1 bis f_2 ohne allzu große Verzerrungen durch die

1) Seite 35

2) Tinbergen, J.; Economic Policy..., a.a.O., S.55
van Eijk, c.J.; Sandee, J.; Quantitative Determination of an Optimum Economic Policy, Econometria, Bd. 27, 1959, S. 3

Funktion.

$$f' = a_1 x_1 + \dots + a_n x_n, (f_1 < f' < f_2),$$

dargestellt werden. Eine weitere Berechtigung erfährt dieses Vorgehen durch die Tatsache, daß in der Regel nur kleine Veränderungen in der näheren Umgebung eines Funktionswertes betrachtet werden. Dazu läßt sich anführen, daß man von manchen Beziehungen ohne empirische Untersuchungen, die selten genug vorliegen, nicht genau angeben kann, ob sie linear sind oder nicht. In solchen Fällen mag man sich berechtigt fühlen, der Einfachheit halber Linearität zu unterstellen.

Die lineare Programmanalyse beschäftigt sich nun mit folgendem Problem; es wird zunächst in der bekannten kanonischen Form geschrieben.

$$\begin{aligned} (A.11) \quad w = \underline{c}'\underline{y} &\longrightarrow \max! \\ A\underline{y} &\leq \underline{z} \\ \underline{y} &\geq \underline{0}. \end{aligned}$$

$\underline{c}'$ ist ein I-komponentiger Zeilenvektor der Wägungsfaktoren, $\underline{y}$ ein I-komponentiger Spaltenvektor der Zielvariablen, A eine IxH-Matrix von Koeffizienten und $\underline{z}$ ein H-komponentiger Spaltenvektor der Instrumentalvariablen.

Da die lineare Programmanalyse gern geometrisch veranschaulicht wird, sei noch erwähnt, daß die H Beschränkungsbedingungen einen konvexen Polyeder im I-dimensionalen Raum bilden. Die Zielfunktion läßt sich dann als Schar von Indifferenzhyperebenen darstellen. Über-

trägt man die Darstellung in den $I+1$ -dimensionalen Raum, indem man dem Wert der Zielfunktion eine zusätzliche Dimension zuordnet, so erhält man das bekannte "Wohlfahrtsgebirge" über dem I -dimensionalen konvexen Polyeder der Beschränkungsbedingungen. Da graphische Darstellungen höchstens für den dreidimensionalen Raum zumutbar sind, wird hier auf sie verzichtet, zumal diese Graphiken in fast jedem Lehrbuch zu finden sind.

Was die Lösung eines solchen Problems anbetrifft, so stehen mehrere Methoden zur Verfügung, die alle auf Iterationsverfahren aufbauen. Dieser Fragenkreis wird hier aber nicht angeschnitten, weil er nicht unmittelbar zum Thema gehört.

Eine etwas ausführlichere Erwähnung verdient jedoch das Dualitätstheorem. Zu jedem Maximierungsproblem, auch das primale genannt, existiert ein duales, ein Minimierungsproblem. Es lautet:

$$\begin{aligned} \text{(A.12)} \quad K &= \underline{z}' \underline{b} \longrightarrow \min! \\ A' \underline{b} &\geq \underline{c} \\ \underline{b} &\geq \underline{0}. \end{aligned}$$

$\underline{b}$ ist ein H -komponentiger Spaltenvektor. Unter der Zielfunktion $K = f(b_1, \dots, b_H)$ mag man sich irgendeine soziale Kostenfunktion vorstellen, wobei die b_h irgendwelche Verrechnungspreise für den Einsatz der Instrumente sind. Interesse beanspruchen nun noch die Beziehungen zwischen dem Maximierungsproblem (A.11) und dem Minimierungsproblem (A.12). Es gilt das Dualitätstheorem: Hat das Problem (A.11) eine Lösung, so hat auch

das Problem (A.12) eine Lösung. Die Werte der optimalen Lösungen von (A.11) und (A.12) stimmen überein,

$$(A.13) \quad \max w = \min K .$$

Dieses Theorem ist einmal für die Rechenökonomie bedeutsam. Da beide Probleme äquivalent sind, kann man sich mit der Lösung des leichter zu bearbeitenden begnügen. Daß aus dem Dualitätstheorem auch neue Erkenntnismöglichkeiten folgen, sei mit dem Hinweis angedeutet, daß sich Schattenpreise oder "Effizienzkoeffizienten" für das wirtschaftspolitische Instrumentarium bestimmen lassen¹⁾.

1) Tinbergen, Jan; Economic Policy..., a.a.O., S.57-58
Fox, Karl; Sengupta, Jati; Thorbecke, Erik; The
Theory of Quantitative Economic Policy with Applications to Economic Growth and Stabilization, Amsterdam, 1966, S. 171

B) Die Zielfunktion

I) Ökonomische Interpretation der Zielfunktion

Die Zielfunktion für das wirtschaftspolitische Problem der Programmanalyse lautet

$$(B.1) \quad w = c_1 y_1 + \dots + c_I y_I.$$

Daß unter den y_i die einzelnen Zielvariablen zu verstehen sind, wurde schon erwähnt. Die c_i sind irgendwelche Gewichtungsfaktoren, welche die Bedeutung jedes Einzelzieles für die gesamtwirtschaftliche Wohlfahrt angeben. Das bedeutet aber, daß die Funktion (B.1) als soziale Wohlfahrtsfunktion interpretiert wird.

Diese Interpretation ist aber nur zulässig, wenn zwei Probleme gelöst werden können. Einmal fragt es sich, ob die Bezeichnung Wohlfahrtsfunktion richtig ist, zum anderen muß geprüft werden, ob eine solche Funktion überhaupt formuliert werden kann.

Daß für die gebräuchliche allgemeine Schreibweise

$$(B.2) \quad w = f(y_1, \dots, y_I)^{1)}$$

die lineare Spezialform gewählt wurde, ist schon oben begründet worden. Noch nicht geklärt ist aber, ob jeweils ein I-Tupel $\underline{y} = (y_1, \dots, y_I)$ aller Zielvariablen, die in die Wohlfahrtsfunktion eingehen, einen Zustand der Gesellschaft eindeutig beschreiben kann, wie bisher immer vorausgesetzt wurde. Bei dem Wort "Wohlfahrtsfunktion" denkt man nämlich in der Regel an Funktionen fol-

1) Kirschen; a.a.O., S. 250
Theil, H.; Econometric Models and Welfare Maximisation, Weltwirt. Archiv, Bd.72, 1954, S. 69

gender Art:

$$(B.3) \quad w = F(U_1, \dots, U_s)^{1)} \quad \text{oder}$$

$$(B.3') \quad w = w(x_1^1, \dots, x_n^1, \dots, x_1^s, \dots, x_n^s; v_1^1, \dots, \dots, v_m^1, \dots, v_1^s, \dots, v_m^s)^{2)}.$$

Die U_i , ($i=1, \dots, s$), sind die Nutzenfunktionen der s Individuen der Gesellschaft. Die x_k^i , ($(i=1, \dots, s)$, ($k=1, \dots, n$)), sind Gütermengen, die v_g^i , ($(i=1, \dots, s)$, ($g=1, \dots, m$)), Faktormengen, wobei sich die obere Indexzahl auf die Wirtschaftssubjekte, die untere auf die Art des Gutes oder Faktors bezieht. x_3^2 ist dann der Betrag des Gutes Nr.3, der dem Wirtschaftssubjekt Nr.2 zufließt, und v_2^1 die Menge des Faktors Nr.2, die das Individuum Nr.1 zur Verfügung stellt.

Nun ist es aber kaum zu bezweifeln, daß man in der Wirtschaftspolitik makroökonomisch denken muß; denn ihre Ziele und Instrumente werden in makroökonomischen Aggregaten ausgedrückt. Die Informationen, die man aus den Wohlfahrtsfunktionen obigen Typs gewinnen kann, beziehen sich fest ausnahmslos auf die individuelle Güterverteilung und die mikroökonomische Produktionsstruktur. Sie geben aber keinen Hinweis, welche wirtschaftspolitischen Ziele einem Wohlfahrtsmaximum entsprechen und mit welchen Instrumenten sie zu erreichen sind. Diese Feststellung kann auch kaum Verwunderung erregen; denn die Wohlfahrtsfunktionen des oben beschriebenen Typs setzen Hypothesen voraus, die eine

1) Samuelson, Paul A.; a.a.O., S.228

2) ebd., S. 229

quantitative Wirtschaftspolitik überflüssig erscheinen lassen. Es sind güterwirtschaftliche Modelle, monetäre Komplikationen sind undenkbar, und auf allen Märkten herrscht vollständige Konkurrenz; eine Annahme, die garantiert, daß der Marktmechanismus das Optimum herbeiführt, - externe Effekte mögen einmal unberücksichtigt bleiben. Die einzige wirtschaftspolitische Aufgabe ist qualitativer Natur, nämlich die Etablierung der angemessenen Wirtschaftsordnung.

Beschränkt man sich in der Weise auf die qualitative Politik, so ist zu fragen, ob man damit dem Ziel der Wohlfahrtsmaximierung gerecht wird. Es sei vorläufig vorausgesetzt, daß auf allen Märkten die vollständige Konkurrenz geschaffen werden kann. Läßt man unter diesen Bedingungen dem Wirtschaftssystem freien Lauf, so wird sich ein Paretooptimum¹⁾ einstellen, d.h. ein Zustand höchster Effizienz bei gegebener Einkommensverteilung, die letztere wird sich in der Weise bilden, wie sie die Grenzproduktivitätstheorie beschreibt. Die partiellen Ableitungen der Funktionen (B.3) und (B.3') ergeben nämlich genau die paretianischen Marginalbedingungen²⁾, und es nimmt nicht wunder, daß der Distributionsspekt völlig vernachlässigt wird; denn die Funktionen (B.3) und (B.3') sind allgemein formuliert, sie enthalten keine Verteilungsnormen.

1) Näheres dazu auf Seite 36

2) Diese Art der Ableitung der Marginalbedingungen findet man bei: Samuelson, P.A.; a.a.O., S.230 ff.
Rothenberg, Jerome; The Measurement of Social Welfare, Englewood Cliffs, N.J., 1961, S. 11 ff.

Eine Verteilungsnorm würde darin bestehen, daß zum Beispiel für (B.3) eine bestimmte Verknüpfung der individuellen Nutzenfunktionen vorgeschrieben wird.

Ein Wohlfahrtsmaximum erfordert nun eine effiziente Produktions- und Marktstruktur und eine optimale Einkommensverteilung. Das Paretooptimum erfüllt nur die erste Bedingung, es ist eine Teillösung. Unter einer, allerdings reichlich irrealen Voraussetzung ist ein Paretooptimum mit dem Wohlfahrtsmaximum identisch, nämlich dann, wenn die Einkommensverteilung, die sich, wie oben angedeutet, bildet, zufälligerweise die optimale ist.

Bei der Zielsetzung der Wohlfahrtsmaximierung kann eine ausschließlich qualitative Politik nur dann sinnvoll sein, wenn die Aussicht besteht, daß die vollständige Konkurrenz realisiert werden kann. Die Kennzeichnung als sinnvoll schließt hier das Risiko mit ein, daß man eventuell das Ziel der Wohlfahrtsmaximierung verfehlt und nur eine Teillösung in Gestalt eines Paretooptimums erreicht. Es unterliegt aber kaum einem Zweifel und soll hier auch nicht näher ausgeführt werden, daß die vollständige Konkurrenz eine Utopie ist. Damit ist aber alles über die Chancen der Realisierbarkeit gesagt. Hält man nun dennoch an der ausschließlich qualitativen Politik fest, so denaturiert sie zu der bekannten "Laissez-Faire-Politik", zu deren "Erfolgen" beispielsweise

die Weltwirtschaftskrise gehört.

Diese kurzen Bemerkungen könnten dazu verleiten, den Stab über der qualitativen Wirtschaftspolitik zu brechen, was hier aber keineswegs beabsichtigt wird. Die kurze, hauptsächlich in Andeutungen verhaltende Ausdrucksweise erklärt sich daher, daß es nicht dem Ziel dieser Arbeit entspricht, in extenso die Wirtschaftspolitik des Liberalismus darzulegen¹⁾. Es sollte nur gezeigt werden, daß es ohne die quantitative Wirtschaftspolitik, - und das ist der Gegenstand dieser Arbeit -, kein Auskommen gibt.

Mit anderen Worten, Wohlfahrtsfunktionen dieses Typs zeigen wohl an, daß die Realität im Hinblick auf das Wohlfahrtsmaximum noch verbesserungsbedürftig ist, aber man kann ihnen keine Anweisungen für den Einsatz des wirtschaftspolitischen Instrumentariums entnehmen.

Dieser Gedanke ließe sich noch weiterführen, und es wäre vielleicht nicht ungerecht, würde man den Wohlfahrtsökonomem vor, die wirtschaftliche Aktivität des Staates allzu stiefmütterlich behandelt zu haben. Einmal wird der Staat sogar als störend empfunden, weil die meisten Steuern die Marginalbedingungen verletzen²⁾ und geradezu das Erreichen eines Optimums verhindern, zum andern weist man ihm höchstens die Aufgabe zu,

-
- 1) Diese Darstellung findet man bei: Morgenstern, Oskar; Die Grenzen der Wirtschaftspolitik, Wien, 1934, S.15 ff.
 - 2) Frisch; On Welfare Theory and Pareto Regions, International Economic Papers, Nr.9, S. 73 ff.
Reder, M.W.; Studies in the Theory of Welfare Economics, 6.ed., New York, London, 1963, S. 187 ff.
Boulding; Welfare Economics, in: A Survey of Contemporary Economics, Bd.2, Hrsgb: Haley, B.F., Homewood, III., 1952, S. 32

durch externe Effekte bedingte Abweichungen vom Optimum zu korrigieren¹⁾.

Ist man also der Überzeugung, daß die wirtschaftspolitische Argumentation sich der Termini Beschäftigung, Preisniveau, Wachstumsrate, Lohnquote usw. zu bedienen habe, so muß man auf der anderen Seite zugeben, daß man auf diese Weise einen Zustand der Gesellschaft niemals so präzise beschreiben kann wie mit Funktionen des Typs (B.3) oder (B.3'), eine Konsequenz, die sich immer aus der Verwendung großer Aggregate ergibt. Was die Zielfunktion (B.1) leistet, ist keine vollständige Kennzeichnung der Zustände der Gesellschaft, sondern nur eine oberflächliche, die sich auf die Teilbereiche beschränkt, die vom Staat beeinflußbar sind. Anders gesagt: Geht man von einem umfassenden Wohlfahrtsbegriff aus, so faßt (B.1) nur einen Teilaspekt dieses Oberbegriffs zusammen, eben den Aspekt, der in den Zuständigkeitsbereich des Staates fällt. Eine Maximierung von (B.1) wäre dann noch kein allumfassendes Wohlfahrtsmaximum, wohl aber eine notwendige Bedingung dazu. Nennt man dennoch die Zielfunktion (B.1) eine Wohlfahrtsfunktion, so wird damit das traditionelle Wohlfahrtskonzept zweifellos etwas verwässert, das ja extrem individualistisch ausgerichtet ist, und man täte vielleicht besser, zur Unterscheidung von einer wirt-

1) Baumol, W.J.; *Welfare Economics and the Theory of the State*, 2.ed., London, 1965, S. 27 ff.
Buchanan, J.M.; *Positive Economics, Welfare Economics, and Political Economy*, *Journal of Law & Economics*, Bd.2, 1959, S. 130-31

schaftspolitischen Wohlfahrtsfunktion zu sprechen.

Diese Bezeichnung kann nun in der Weise irreführend sein, als sie geeignet ist, den Anschein zu erwecken, alles zu umfassen, was nur irgend in den Bereich der Wirtschaftspolitik fällt. Daher soll ausdrücklich darauf hingewiesen werden, daß die Zielfunktion (B.1) nur die quantitative Wirtschaftspolitik beschreibt, die qualitative oder gar globale Reformkonzepte ¹⁾ bleiben unberücksichtigt. Ziele wie die Geltung einer Gesellschaft, Stetigkeit in sozialökonomischen Dingen, Strukturverbesserungen, Pflege der wirtschaftlichen Leistungsfähigkeit usw. enthalten freilich quantifizierbare Elemente, d.h. es ließen sich aus ihnen Unterziele ableiten, denen man eindeutige numerische Werte zuordnen könnte, nur kann man sie nicht als ganze auf die reellen Zahlen abbilden. Erachtet man diese umfassenden Formulierungen für unerläßlich, wofür man gute Gründe haben mag, so beschränkt sich die Formalisierung der Wirtschaftspolitik auf den allgemeinen Ansatz ²⁾.

Die Rechtfertigung einer nur quantitativen Behandlung der Wirtschaftspolitik erfordert nun eine ziemlich weitreichende Annahme, wie sie in der Wirtschaftstheorie aber durchaus üblich sind. Wohlfahrt ist ein komplexer Begriff; er umfaßt ökonomische und außerökonomische Faktoren wie das Bildungswesen, das kulturelle

1) Tinbergen; Economic Policy ..., a.a.O., Kap. 5 u.6

2) Seite 17 ff

Leben usw.¹⁾. Diesen Begriff haben die Ökonomen mit einer rein ökonomischen Wohlfahrtsfunktion vom Typ (B.3) oder (B.3') definiert. Sie fühlten sich dazu berechtigt, weil sie voraussetzten, die wirtschaftliche Wohlfahrt sei ein Indikator für die Gesamtwohlfahrt; steige die wirtschaftliche Wohlfahrt, so tue die Gesamtwohlfahrt das gleiche, zumindest sinke sie nicht²⁾.

Die gleiche Argumentation scheint nun in diesem Rahmen berechtigt zu sein. Es wird unterstellt, daß mit der Aggregation der quantitativen wirtschaftspolitischen Ziele zu einer wirtschaftspolitischen Wohlfahrtsfunktion ein Indikator für die Gesamtwohlfahrt gegeben sei. Im Vergleich zum obigen Fall ist die Perspektive allerdings dreifach verengt. Von der Gesamtwohlfahrt wählt man nur den wirtschaftlichen Teil, innerhalb dessen man sich auf das Gebiet der Wirtschaftspolitik beschränkt, und davon betrachtet man lediglich den quantifizierbaren Bereich.

Da dieses Problem, - wie weit man Prämissen vereinfachen darf -, als ungelöst allgemein bekannt ist, soll es hier nicht weiter diskutiert werden. Hier wird die These gesetzt, die wirtschaftspolitische Wohlfahrtsfunktion sei ein Indikator für die Gesamtwohlfahrt. Eine Rechtfertigung dafür kann man sich erst von den

1) Pigou, Arthur C.; The Economics of Welfare, 4.ed., London, 1962, S. 3 ff.

Mishan, Edward J.; A Survey of Welfare Economics 1939-1959, in: Mishan, E.J.; Welfare Economics, New York, 1964, S. 96-97

2) Rothenberg, Jerome; The Measurement of Social Welfare, Englewood Cliffs, N.J., 1961, S. 9

Ergebnissen erhoffen.

Bleibt noch ein Wort zur kardinal meßbaren Wohlfahrt. Sie ist in diesem Zusammenhang eine mathematische Notwendigkeit, zum Zweck der Berechnung muß die ordinale Ordnungsrelation eben auf die reellen Zahlen abgebildet werden, woraus automatisch die kardinale Meßbarkeit folgt. Man ist aber nicht gezwungen, wenn es heißt, $w_1 = 400$ und $w_2 = 200$, zu folgern, $w_1 = 2w_2$, man kann sich mit der schwächeren Aussage zufrieden geben, daß $w_1 > w_2$; und da die Programmanalyse sowieso $w_{\max}$ bestimmt, scheint es überflüssig zu sein, zu wissen, ob $w_{\max}$ nun 600 oder 700 beträgt¹⁾.

1) Eine ähnliche Argumentation findet sich bei Samuelson; a.s.O., S. 229

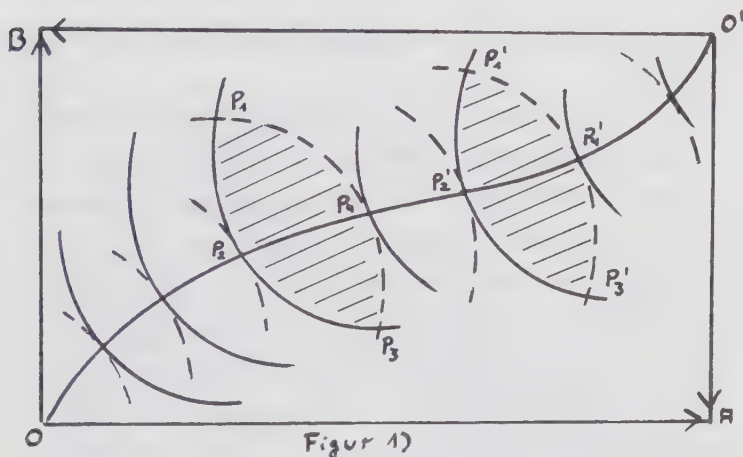
II) Exkurs über die Wohlfahrtsökonomik

a) Die paretianische Wohlfahrtsökonomik

Das zweite Problem zielt nun auf die Frage, ob und wie man solch eine Funktion gewinnen kann. Die paretianische Wohlfahrtsökonomik, die zu werturteilsfreien Aussagen über die Vorzugswürdigkeit von gesellschaftlichen Zuständen gelangen wollte¹⁾, kann hier nicht viel weiter helfen. Schon im allgemeinen Ansatz war die Prämisse enthalten, daß alle Zustände der Gesellschaft miteinander vergleichbar seien; diese Prämisse geht aber über das paretianische Kriterium hinaus. Es lautet nämlich: Eine Verbesserung des Zustandes der Gesellschaft liegt vor, wenn mindestens ein Individuum besser gestellt wird, aber keines schlechter²⁾. Daraus folgt, daß auch nur Zustände, die dieses Kriterium erfüllen, miteinander verglichen werden können. Wie sehr dadurch der Aussagebereich des Kriteriums eingeschränkt wird, zeigt sich am einfachen 2 Personen - 2 Güter - Tauschmodell. Nur Punkte innerhalb der schraffierten Flächen können miteinander verglichen werden, wenn man von den Schnittpunkten zwischen zwei Indifferenzkurven ausgeht. Die Graphik 1) zeigt zwei derartige Beispiele, wobei noch zu bemerken ist, daß der Satz nicht mehr gilt,

-
- 1) Es ist bekannt, daß dieses Ziel nicht erreicht wurde. Eine Aufzählung der Werturteile findet man bei: Jochimsen, Reimut; Ansatzpunkte der Wohlstandsökonomik, Basel, Tübingen, 1961, S. 51 ff.
2) Pahlke, Jürgen; Welfare Economics, Grundlage allgemeingültiger wirtschaftspolitischer Entscheidungen?, Berlin, 1960, S. 52

wenn beide Punkte auf der Kontraktkurve OO' mit in den Vergleich einbezogen werden¹⁾. Bei irgendzwei Punkten



der Kontraktkurve kann auf der Basis des Pareto-Kriteriums nicht gesagt werden, welcher von beiden vorzuziehen sei. In allgemeinerer Betrachtungsweise gelangt man zur "utility possibility curve in the situation sense²⁾", deren Punkte aber auch wieder nicht vergleichbar sind. Der Grund dafür liegt darin, daß der paretianische Ansatz die Verteilungsproblematik weitgehend ausgeklammert hat. Wird ein Zustand der Gesellschaft durch eine beliebige Maßnahme in einen anderen transformiert und hat das zur Folge, daß auf den Ausgangspunkt bezogen die Güterversorgung auch nur eines Individuums sinkt,

1) Boulding, K.; Welfare Economics, a.s.o., S.14

2) Samuelson, Paul A.; Evaluation of Real National Income, in: The collected scientific papers of Paul A. Samuelson, Bd. II, Hrsgb: Stiglitz, Joseph, Cambridge, Mass., London, 1966, S. 1055 ff.

während diese bei manchen anderen steigen mag, so ist nach dem Pareto-Kriterium eine wohlfahrtsökonomische Beurteilung dieser Maßnahme nicht möglich. Das Kriterium definiert nur eine partielle Ordnungsrelation für $\underline{x}^1$).

Man hat versucht, diese Schwierigkeit mit Hilfe von Kompensationstests zu beheben. Man hoffte, so auch Aussagen über Maßnahmen treffen zu können, die einige bevorzugen, andere dagegen benachteiligen. Und zwar sei eine wirtschaftspolitische Maßnahme empfehlenswert, wenn die Begünstigten in der Lage seien, die Benachteiligten voll zu entschädigen und selbst noch einen Überschuß im Vergleich zur Ausgangssituation behielten. Da man aber weiterhin an dem Postulat der Werturteilsfreiheit festhielt, schränkte man die Kompensationskriterien auf die potentielle Kompensation ein; denn die Entscheidung für eine reale Kompensation ist schon ein Werturteil. In dieser Beschränkung liegt eine große Schwäche der Kompensationskriterien; denn sie bewirkt, daß das Verteilungsproblem weiterhin ausgeklammert bleibt. Die bloße Möglichkeit einer Kompensation erfaßt nur den Effizienzeffekt der betreffenden Maßnahme, sie besagt nur, daß das Güterbündel im Vergleich zum Ausgangszustand größer geworden ist. Der Distributionsaspekt dagegen käme erst bei der realen Kompensation zum Tragen. Sind interpersonelle Nutzenvergleiche möglich, so wäre die Lösung

1) Dazu: Schams, Ewald; Wirtschaftslogik, Schmollers Jahrbuch, Bd. 58, 1934, S. 524
Fréchet, Maurice; Sur les fonctions de bien-être, Revue d'Economie Politique, Bd.61, 1951, S.703-04

einfach. Da man das aber wohl nicht annehmen kann, müßte man eine Verteilungsnorm¹⁾ als Werturteil einführen.

Zum andern ist der Aussagebereich der Kompensationskriterien auf die Fälle einzuschränken, wo sich die Nutzenmöglichkeitskurven nicht schneiden²⁾. Ist diese Voraussetzung nicht gegeben, so kommt man zu widersprüchlichen Aussagen.

b) Die soziale Wohlfahrtsfunktion

Nun waren die Wohlfahrtsökonomien selbst von dieser Konsequenz nicht begeistert; sie schufen das Konzept der sozialen Wohlfahrtsfunktion³⁾, von der sie eine Lösung erhofften. Diese Funktion ist wohl definiert als ordnende Zusammenfassung aller Zustände der Gesellschaft, nur ist nicht klar, wer, wenn es überhaupt möglich ist, sie aufstellt. Little spricht bei diesem Punkt von einem "super man"⁴⁾, der weder mit der öffentlichen Meinung, noch mit der Regierung zu identifizieren sei. In einer anderen Arbeit wird Little deutlicher⁵⁾. Statt $w = w(U_1, \dots, U_m)$ könne man genauso gut schreiben $w_i = w_i(U_1, \dots, U_m)$, ($i=1, \dots, m$). Die Indexzahlen

-
- 1) z.B. eine bestimmte Relation zwischen den Einkommensquoten verschiedener Gruppen.
 - 2) Eine Nutzenmöglichkeitskurve gibt alle Nutzenkombinationen für zwei Individuen an, die aus einem gegebenen Produktionspunkt der Transformationskurve abgeleitet werden können.
 - 3) Bergson, Abram; A Reformulation of certain Aspects of Welfare Economics, Cambridge, Mass., 1966
 - 4) Little, I.M.D.; A Critique of Welfare Economics, 2.ed., London, 1960; S. 117
 - 5) ders.; Social Choice and Individual Values, Journal of Political Economy, Bd.60, 1952, S. 424

beziehen sich auf die Zahl der Individuen. Alle wohlfahrtsökonomischen Implikationen ließen sich also aus beispielsweise $w_{10} = w_{10}(U_1, \dots, U_m)$ ableiten, wobei man dann der Genauigkeit halber besser sage, Wohlfahrt im Sinne des Individuums Nr. 10. Demnach gibt es in einer Gesellschaft von m Individuen auch m Wohlfahrtsfunktionen. Ähnlich die Argumentation bei Bergson:

"In welfare economics one is engaged in ethical counseling on the economic aspects of social states. Ethical counseling is only meaningful to begin with if it is directed at individuals, and accordingly takes as data the values that pertain to them. ... The Social Welfare Function is defined by one or another individual ordering or, within limits of their agreement, by all individual orderings together"¹⁾. Aufgabe des Ökonomen ist es dann, ausgehend von einer irgendwie gegebenen Wohlfahrtsfunktion, als Berater deren ökonomische Implikationen darzulegen. Arrows Überlegungen, - sie werden erst im folgenden Abschnitt behandelt²⁾ -, wie man zu einer solchen Funktion kommen könne, sind nach Ansicht von Little und Bergson für die Wohlfahrtsökonomik irrelevant. Man habe nur behauptet, die Wohlfahrtsfunktion sei eine Zusammenfassung der Zustände der Gesellschaft, habe sich aber nicht damit befaßt, ob diese Zusammenfassung selber irgendwie sozial sein solle³⁾. Was Arrow entwickelt habe, sei ein sozialer Entscheidungs-

1) Bergson, A.; Collective Decision-Making and Social Welfare, in: Bergson; Essays..., a.a.O., S. 43

2) Seite 43 ff.

3) Little; Social Choice..., a.a.O., S. 424

mechanismus, dem er Eigenwert zumesse, und es sei nicht einzusehen, warum man diesen Mechanismus eine Wohlfahrtsfunktion nennen solle¹⁾. Arrows Werk gehöre eindeutig in die politische Theorie²⁾.

Schließt man sich dieser Auffassung an, sieht man also das Anliegen der Wohlfahrtsökonomik in einer Beratung von Individuen oder höchstens kleinen Gruppen gemäß deren gegebenen Wertvorstellungen, so gerät man sehr schnell in Schwierigkeiten, und zwar dann, wenn diese einzelnen Wertvorstellungen divergieren³⁾, ein Fall, den man nicht a priori ausschließen kann. Klemmert man solche Situationen aus, so wird der Anwendungsbereich der Wohlfahrtsökonomik erheblich eingeschränkt. Was bleibt, ist eine normative mikroökonomische Theorie, die für die Behandlung wirtschaftspolitischer Probleme keine Dienste leisten kann⁴⁾. So scheint es nun, daß auch das Konzept der Wohlfahrtsfunktion im Sinne von Bergson und Little das Verteilungsproblem, an dem die peretianische Wohlfahrtsökonomik scheiterte, nicht lösen kann; es stellt sich nur in anderer Form dar.

Pareto und seine Schüler haben das Problem überhaupt ausgeklammert; Bergson und Little können es durch Einführung von Werturteilen für ein Individuum oder eine Gruppe gleichgesinnter Individuen lösen. Ihr Ansatz

1) Little; Social Choice..., s.a.O., S. 427

2) Bergson; Collective Decision-Making..., s.a.O., S.46

3) Bössmann, Eva; Zur neueren Diskussion über soziale Wohlfahrtsfunktionen, Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft, Bd.121, 1965, S. 227

4) ebd., S. 227

versagt jedoch, wenn man es mit unterschiedlichen Wohlfahrtsfunktionen der einzelnen Gruppen oder Individuen zu tun hat; denn letztlich werden diese Divergenzen auf verschiedenen individuellen Verteilungsnormen beruhen. Wie schon gesagt, ist dann nur noch eine mikroökonomische Interpretation der Wohlfahrtsökonomik möglich, es sei denn, man besitzt den Optimismus oder die Weltfremdheit, eine einhellig akzeptierte Verteilungsnorm für eine Gesellschaft anzunehmen.

Arrows Untersuchung scheint nun wirklich auf das Kernproblem der Wohlfahrtsökonomik hinzuzielen, ob sie nämlich in der Lage ist, allgemeinverbindliche Urteile über Zustände einer Gesellschaft in Ausdrücken von "besser" oder "schlechter" abzugeben¹⁾, oder ob sie nur, wie boshafte Menschen behaupten, ein inhaltsleeres Gedankenspiel ist²⁾.

Die Frage, ob Arrows Untersuchung noch zur Wohlfahrtsökonomik zu rechnen ist oder in das Gebiet der Theorie von der Politik gehört, scheint in diesem Zusammenhang ein Streit um Worte zu sein. Denn es ist nicht einzusehen, welchen Wert die Feststellung, das Problem der Aufstellung einer sozialen Wohlfahrtsfunktion gehöre in die Theorie der Politik, haben soll, wenn man erkannt hat, daß von der Lösung dieses Problems die Geltung der Wohlfahrtsökonomik überhaupt abhängt.

1) Rothenberg, Jerome; a.s.O., S. 3

2) Little; A Critique..., a.s.O., S. 1

III) Die Formulierung der Zielfunktion

Es folgt nun eine kurze teilweise Darstellung der Arrow'schen Grundideen¹⁾. Man ist dabei in der glücklichen Lage, auch schon Sekundärliteratur berücksichtigen zu können, die einige Verfeinerungen und geringe Modifikationen vorschlägt²⁾. Soweit wie möglich wird auf den allgemeinen Ansatz des Problems der Programm-analyse hingewiesen. Im Grunde geht es auch um nichts anderes als um die Bestimmung der Präferenzrelation, die oben einfach als gegeben vorausgesetzt wurde. Jetzt lautet der Ansatz, daß der policy maker, sozusagen als ausführendes Organ, eine soziale Wohlfahrtsfunktion maximiert, deren Formulierung hier diskutiert wird.

a) Arrows Ansatz

$\underline{Y}$ ist wieder die Menge der Zielvariablen. Die Gesellschaft bestehe aus n Individuen. Für ein beliebiges Individuum i und irgendzwei Alternativen (I -Tupeln von Zielvariablen) $\underline{y}_g, \underline{y}_k \in \underline{Y}$ gilt immer eine und nur eine der folgenden Beziehungen:

- (B.4) 1) $\underline{y}_g \succ \underline{y}_k$; i zieht $\underline{y}_g$ $\underline{y}_k$ vor, oder in anderer Schreibweise: $\underline{y}_g P_i \underline{y}_k$.
- 2) $\underline{y}_k \succ \underline{y}_g$; i zieht $\underline{y}_k$ $\underline{y}_g$ vor, oder in anderer Schreibweise: $\underline{y}_k P_i \underline{y}_g$.
- 3) $\underline{y}_g \sim \underline{y}_k$; i ist indifferent zwischen $\underline{y}_g$ und $\underline{y}_k$,

1) Arrow, Kenneth J.; Social Choice and Individual Values, 2.ed., New York, London, Sidney, 1963
2) Die Darstellung folgt vornehmlich Luce, Duncan; Raiffa, Howard; Games and Decisions, New York, 1957, Kap. 14

oder in anderer Schreibweise: $y_g I_1 y_k$.

Wenn es heißt, i zieht y_k y_g nicht vor, so schreibt sich das $y_k P_i y_g$, was gleichbedeutend ist mit $y_g P_i y_k$ oder $y_g I_i y_k$. Weiter gilt für i das Transitivitätsaxiom:

(B.5) Wenn $y_g P_i y_h$ und $y_h P_i y_k$, dann $y_g P_i y_k$ ¹⁾.

Unterstellt man, es gebe nur zwei Individuen und $\underline{y}$ habe nur zwei Elemente, $\underline{y} = \{y_g, y_k\}$. Bei zwei Alternativen sind insgesamt drei Präferenzordnungen, die mit $R^{(1)}$, $R^{(2)}$ und $R^{(3)}$ bezeichnet werden, möglich:

$R^{(1)}: y_g \succ y_k$; $R^{(2)}: y_k \succ y_g$; $R^{(3)}: y_g \sim y_k$.

$\underline{R}$ sei die Menge aller möglichen Präferenzordnungen für y_g und y_k , $\underline{R} = \{R^{(1)}, R^{(2)}, R^{(3)}\}$. In dieser Zwei-Personen-Gesellschaft habe Individuum 1 die Präferenz $R^{(1)}$, d.h. $y_g P_1 y_k$, und Individuum 2 die Präferenz $R^{(3)}$, d.h. $y_g I_2 y_k$. Dieser Sachverhalt kann auch so dargestellt werden, daß das geordnete Paar $(R^{(1)}, R^{(3)})$ die individuellen Präferenzen dieser Gesellschaft wiedergibt.

Die Menge aller geordneten Paare ist in diesem Fall

$$\underline{R}_{(2)} = \underline{R} \times \underline{R}.$$

Ihr generisches Element ist (R_1, R_2) . Die Indexzahlen beziehen sich auf die zwei Individuen. R_1 ist die Präferenzordnung des Individuums 1; R_1 ist eine Variable, sie kann durch $R^{(1)}$, $R^{(2)}$ oder $R^{(3)}$ realisiert werden. Gleiches gilt für R_2 .

Die allgemeine Formulierung lautet wie folgt: Es gebe

1) Beide Axiome für die individuelle Rengordnung finden sich bei Arrow; a.s.O., S. 13

m Alternativen und n Individuen. $\underline{R}$ ist dann definiert als

$$(B.6) \quad \underline{R} = \{R^{(1)}, \dots, R^{(p)}\}.$$

Sozusagen als Spielraum der individuellen Präferenzen ist $\underline{R}$ jedem Individuum zugeordnet. Will man also die Präferenzen aller Individuen darstellen, so ist das cartesische Produkt $\underline{R}_{(n)}$ zu bilden¹⁾,

$$(B.7) \quad \underline{R}_{(n)} = \underline{R} \times \dots \times \underline{R}.$$

Das generische Element von $\underline{R}_{(n)}$ ist ein n-Tupel von der Form

$$(B.8) \quad (R_1, \dots, R_i, \dots, R_n).$$

R_i ist wieder zu lesen: Die Präferenzordnung des Individuums i, deren Realisationsmöglichkeiten in $\underline{R}$ zusammengefaßt sind. Das n-Tupel $(R_1, \dots, R_n)$ sei im folgenden der Kürze halber als Schema der individuellen Präferenzordnungen bezeichnet.

Eine soziale Wohlfahrtsfunktion w ist nun eine Regel, die für jedes n-Tupel $(R_1, \dots, R_n)$ eine soziale Rangordnung R festlegt. In formaler Schreibweise:

$$(B.9) \quad (R_1, \dots, R_n) \xrightarrow{w} R,$$

wobei w für diese Regel steht, die hier gesucht wird.

Nun gibt es eine Vielzahl solcher Zuordnungsregeln. Oben wurde zum Beispiel einfach angenommen, die Präferenzordnung des policy maker sei die maßgebende. Die Lösung ist dann trivial, man hat eine diktatorische

1) Nicht zu verwechseln mit $R^{(n)}$ auf Seite 21

oder oktroyierte Wohlfahrtsfunktion. Ein anderer trivialer Fall ist die totale Übereinstimmung in den individuellen Präferenzordnungen, $R_1 = R_2 = \dots = R_n$. Mit diesen beiden Lösungen hat sich Arrow aber nicht zufrieden gegeben. Einmal, weil es unrealistisch ist, Einstimmigkeit zu unterstellen, - gerade deswegen mußte das Konzept von Little und Bergson abgelehnt werden -, zum andern, weil in der Regel durch die Beschäftigung mit der Wohlfahrtsökonomik das sozialetische Empfinden dermaßen verfeinert wird, daß man eine diktatorische Wohlfahrtsfunktion nicht akzeptieren kann. Gerade der zweite Grund weist darauf hin, daß die Zuordnungsregel irgendwelche Kriterien erfüllen muß, wenn sie als soziale Wohlfahrtsfunktion gelten soll; mit einem Wort, sie muß "vernünftige" Bedingungen¹⁾ erfüllen, damit sie vom ethischen Standpunkt her annehmbar erscheint.

1) Die Bedingungen

Arrow hat fünf solcher Bedingungen aufgestellt, die eine zusammenfassende Beschreibung der Bürgersouveränität und des rationalen Verhaltens sind²⁾. Vorangestellt werden noch zwei Axiome über eine rationale soziale Präferenzordnung, die mit denen für die individuellen Präferenzordnungen gleichlautend sind³⁾.

Axiom I: Für beliebige $y_g, y_h \in Y$ gilt entweder $y_g R y_h$

oder $y_h R y_g$.

1) Arrow; a.s.O., S. 25

2) ebd., S. 31

3) ebd., S. 13

Axiom II: Für beliebige $y_g, y_h, y_i \in Y$: Wenn $y_g R y_h$ und $y_h R y_i$, dann $y_g R y_i$.

Bedingung I: a) Y hat wenigstens drei Elemente.

b) Die soziale Wohlfahrtsfunktion w ist für alle möglichen Präferenzordnungsschemata definiert.

c) Es gibt mindestens zwei Individuen.

Bedingung II: Wenn gemäß der sozialen Wohlfahrtsfunktion und bei einem gegebenen Schema in-

dividueller Präferenzen $y_g R y_h$, $y_g, y_h \in Y$, gilt, dann soll $y_g R y_h$ auch gelten, wenn das Schema folgendermaßen verändert wird:

a) Die individuellen Präferenzen zwischen irgendzwei y_i und y_j , $y_i, y_j \in Y$, $y_i, y_j \neq y_g$, ändern sich nicht.

b) Jede individuelle Präferenzrelation zwischen y_g und einem beliebigen $y_k \in Y$ bleibt dieselbe oder wird zugunsten von y_g modifiziert.

Etwas unscharf ausgedrückt fordert Bedingung zwei eine positive Korrelation zwischen den individuellen Präferenzen und der sozialen Wohlfahrtsfunktion.

Bedingung III: Sei $Y_1 \subset Y$. Wenn ein Präferenzordnungsschema für Y in beliebiger Weise modifiziert wird, wobei aber alle individuellen Präferenzen zwischen den Elementen in Y_1 die gleichen bleiben, dann sollen die sozialen Wohlfahrtsfunktionen, die sich aus dem ursprünglichen und dem abgeänder-

ten Schema ergeben, für die Elemente
in $\underline{Y}_1$ unverändert bleiben.

Schlagwortartig heißt Bedingung III die "Unabhängigkeit von irrelevanten Alternativen". Sie schließt aus, daß die Stärke der Präferenzen berücksichtigt wird, nur eine ordinale Skala ist zugelassen. Ein Beispiel für einen sozialen Entscheidungsmechanismus, der Bedingung III verletzt, findet man bei Arrow¹⁾. Drei Individuen, ($i=1,2,3$), mögen die Wahl haben zwischen vier Alternativen, $\underline{Y} = \{y_g, y_h, y_i, y_j\}$. Jedes Individuum bewertet die Alternativen mit Rangziffern, die bevorzugte Alternative erhält den Rang 1, die nächste den Rang 2 usw.. Die Rangziffern für jede Alternative werden addiert, und die Gruppenentscheidung wählt die Alternative mit der minimalen Summe. Es werden nun zwei Situationen betrachtet; einmal geht die Wahl für $\underline{Y} = \{y_g, y_h, y_i, y_j\}$ und dann für $\underline{Y}_1 = \{y_g, y_i, y_j\}$, $\underline{Y}_1 \subset \underline{Y}$, wobei gemäß der Bedingung III die individuellen Präferenzordnungen für die Elemente in $\underline{Y}_1$ nicht verändert werden. Ist z.B. R_1 für $\underline{Y} = y_g P_1 y_h P_1 y_i P_1 y_j$, dann ist R_1 für $\underline{Y}_1 = y_g P_1 y_i P_1 y_j$. Der beschriebene Entscheidungsmechanismus führt nun zu folgendem Ergebnis:

Individuen	Alternativen				Alternativen			
	y_g	y_h	y_i	y_j	y_g	y_h	y_i	y_j
1	1	2	3	4	1	-	2	3
2	1	2	3	4	1	-	2	3
3	3	4	1	2	3	-	1	2
Summe	5	8	7	10	5	-	5	6

1) Arrow; a.a.O., S. 27

Die soziale Wohlfahrtsfunktion für $\underline{Y}$ ist $\underline{y}_g R_{\underline{y}_i} R_{\underline{y}_h} R_{\underline{y}_j}$, die für $\underline{Y}_1$ $\underline{y}_g I_{\underline{y}_i} R_{\underline{y}_j}$, was aber der Bedingung III widerspricht. Für $\underline{Y}_1$ müßte es $\underline{y}_g R_{\underline{y}_i} R_{\underline{y}_j}$ heißen, wenn die Unabhängigkeit von irrelevanten Alternativen vorhanden wäre. Ein Beispiel aus dem täglichen Leben mag zeigen, daß diese Bedingung sehr wohl rationales Wahlverhalten beschreibt¹⁾. Nach ihr soll sich ein Heiratskandidat nur zwischen Frauen entscheiden, die ihm realiter zur Wahl stehen, und sich nicht bei diesem wichtigen Geschäft von einer heimlichen Schwärmerei für die schöne Helens leiten lassen.

Bedingung IV: Die soziale Wohlfahrtsfunktion ist nicht oktroyiert. Eine soziale Wohlfahrtsfunktion w heißt oktroyiert, wenn für irgendzwei Alternativen $\underline{y}_g, \underline{y}_h \in \underline{Y}$ und jedes beliebige Schema individueller Präferenzen $(R_1, \dots, R_n)$ die soziale Wohlfahrtsfunktion w für $\underline{y}_g R_{\underline{y}_h}$ entscheidet, wobei w dem Schema $(R_1, \dots, R_n)$ zugeordnet ist.

Bedingung IV heißt auch die Bedingung der Bürgersouveränität; sie besagt: "... When the social welfare function is imposed, there is some pair of alternatives $\underline{y}_g$ and $\underline{y}_h$ ²⁾ such that the community can never express a preference for $\underline{y}_h$ over $\underline{y}_g$ no matter what the tastes of all individuals are, even if all individuals prefer $\underline{y}_h$ to $\underline{y}_g$, some preferences are taboo."³⁾ Die Bedeutung

1) Rothenberg; s.s.O., S. 22

2) Bei Arrow x und y

3) Arrow; s.s.O., S. 28

dieser Bedingung liegt darin, daß sie die Möglichkeit einer externen Kontrolle über die gesellschaftliche Entscheidung ausschließt¹⁾.

Bedingung V: Die soziale Wohlfahrtsfunktion ist nicht diktatorisch. Eine soziale Wohlfahrtsfunktion heißt diktatorisch, wenn es ein Individuum i gibt dergestalt, daß für irgendzwei Alternativen $y_g, y_h \in Y$ $y_g P_i y_h$ für w $y_g R y_h$ impliziert, gleich wie die Präferenzordnungen $(R_1, \dots, R_{n-1})$ der restlichen $n-1$ Individuen sind.

Wenn eine soziale Wohlfahrtsfunktion diese Bedingung nicht erfüllt, dann ist Individuum i ein Diktator in dem Sinne, daß die Gesellschaft y_g höher schätzt als y_h , wenn er es auch tut. Der Rest der Gesellschaft hat auf die soziale Entscheidung zwischen irgendzwei Alternativen nur dann einen Einfluß, wenn der Diktator geruht, indifferent zwischen ihnen zu sein.

2) Das "General Possibility Theorem"

Es gilt nun, eine Zuordnungsregel zu suchen, die die Bedingungen, einschließlich der zwei Axiome, erfüllt. Man könnte hergehen und alle möglichen Entscheidungsmechanismen an den Bedingungen überprüfen. Man wird dann feststellen, daß die einfache Mehrheitsregel für mindestens drei Individuen und drei Alternativen zu intransitiven sozialen Präferenzordnungen führen kann.

1) Rothenberg; a.a.O., S. 28

Es sind denn Wohlfahrtsfunktionen der Form

$$y_g^{Ry_h Ry_i Ry_j}$$

denkbar, was der einfachsten Vorstellung von Rationalität widerspricht¹⁾. Ein solches Vorgehen hat aber den Nachteil, unendlich zeitraubend zu sein. Arrow hat einen anderen Weg eingeschlagen; er hat nachgewiesen, daß die fünf Bedingungen und zwei Axiome inkonsistent sind. Folglich kann es auch keine soziale Wohlfahrtsfunktion geben, die sie simultan erfüllt. Arrow hat dieses Ergebnis unter der paradox klingenden Bezeichnung "General Possibility Theorem" zusammengefaßt²⁾. Es besagt, daß eine Wohlfahrtsfunktion, die die zwei Axiome und die Bedingungen I - III erfüllt, notwendigerweise oktroyiert oder diktatorisch sein muß. Dieses Ergebnis ist bestürzend, weil rationales Verhalten auf sozialer Ebene und die Grundvoraussetzungen der Demokratie (Bürgersouveränität und Nichtdiktatur) unvereinbar sind. Daraus ist gefolgert worden, daß die Möglichkeit inkonsistenten Verhaltens einer Gesellschaft eben der Preis der Demokratie sei³⁾.

Der Beweis des Theorems wird wieder nach Luce und Raiffa gegeben, die auch hier schon die Sekundärliteratur zu Arrow berücksichtigt haben⁴⁾. Zuerst ist es notwendig, den Begriff der "maßgeblichen"⁵⁾ Menge

1) Arrow; a.a.O., S. 3

2) ebd., S. 59

3) Lindblom, Charles E.; Tinbergen on Policy making, Journal of Political Economy, Bd.66, 1958, S.538

4) Luce; Raiffa; a.a.O., S. 339-40

5) Übersetzungsversuch für "decisive".

zu erklären. Gegeben sei $\underline{V}$, eine Untermenge aller Individuen; alle Individuen in $\underline{V}$ ziehen $\underline{y}_g, \underline{y}_h$ vor. $\underline{V}$ heißt maßgeblich in Bezug auf das geordnete Paar von Alternativen $(\underline{y}_g, \underline{y}_h)$, wenn die soziale Wohlfahrtsfunktion $w \underline{y}_g R \underline{y}_h$ lautet, gleich wie die Präferenzen der anderen Individuen, die nicht zu $\underline{V}$ gehören, zwischen $\underline{y}_g$ und $\underline{y}_h$ sind. Sei $\underline{T}$ die Menge aller Individuen, dann ist $\underline{V}, \underline{V} \subset \underline{T}$, maßgeblich für $(\underline{y}_g, \underline{y}_h)$, wenn folgende Beziehung gilt: Sei $\underline{V} = \{1, \dots, i, \dots, k\}$, und für jedes i gilt $\underline{y}_g P_i \underline{y}_h$, ($i=1, \dots, k$), dann gilt auch $w \rightarrow \underline{y}_g R \underline{y}_h$. Die Präferenzen von $\underline{S} = \underline{T} - \underline{V}$ bleiben unberücksichtigt. Mit anderen Worten, eine maßgebliche Menge kann bewirken, daß die soziale Entscheidung in ihrem Sinne gefällt wird¹⁾.

Nach Bedingung II ist eine Untermenge $\underline{V}$ für $(\underline{y}_g, \underline{y}_h)$ maßgeblich genau dann, wenn die Gesellschaft $\underline{y}_g, \underline{y}_h$ vorzieht, wobei für jedes Individuum in $\underline{V}$ $\underline{y}_g P_i \underline{y}_h$ und für jedes Individuum in $\underline{S}$ $\underline{y}_h P_m \underline{y}_g$, ($m=1, \dots, s$), gilt. Aus den Bedingungen I, II, III und IV folgt das Konzept der Paretooptimalität: Die Menge $\underline{T}$ aller Individuen ist maßgeblich für jedes geordnete Paar von Alternativen $(\underline{y}_g, \underline{y}_h)$; wenn jedes Individuum $\underline{y}_g$ höher schätzt als $\underline{y}_h$, dann ist die soziale Präferenz ebenso²⁾. Das bedeutet, daß die Bedingungen I - IV miteinander kompetibel sind; das Problem reduziert sich dann auf

-
- 1) Weldon, C.J.; On the Problem of Social Welfare Functions, Canadian Journal of Economics and Political Science, Bd.18, 1952, S. 458
 - 2) Inada, Ken-ichi; Alternative incompatible conditions for a Social Welfare Function, Econometrica, Bd.23, 1955, S. 397

die Frage, ob auch die Bedingung V (Nichtdiktatur) mit den anderen vereinbar ist. In diesem Zusammenhang kann man für Bedingung V auch schreiben: Kein Individuum ist maßgeblich für jedes geordnete Paar von Alternativen ($\underline{y}_g, \underline{y}_h$).

Der Beweis geht nun wie folgt: Sei $\underline{V}$ eine minimale maßgebliche Menge, d.h. maßgeblich für $\underline{y}_g$ gegen $\underline{y}_h$, während keine andere Untermenge maßgeblich für ein beliebiges geordnetes Alternativenpaar ist. Eine maßgebliche Menge heißt minimal, wenn es keine andere, für das gleiche Alternativenpaar maßgebliche Menge gibt, die weniger Individuen umfaßt¹⁾. Eine solche minimale Menge existiert, da ja $\underline{T}$ maßgeblich ist und die Individuen einzeln ausgesondert werden können, bis die Restmenge nicht mehr für ein Alternativenpaar maßgeblich ist. Damit ist die Existenz von $\underline{V}$ bewiesen, und $\underline{V} \neq \emptyset$; denn sonst wäre $\underline{T}$ nicht für irgendein Alternativenpaar maßgeblich.

Sei $j \in \underline{V}$, $\underline{D} = \underline{V} - j$ und $\underline{S} = \underline{T} - \underline{V}$. Da $\underline{T}$ mindestens zwei Elemente hat, gilt nicht zugleich $\underline{S} = \emptyset$ und $\underline{D} = \emptyset$. Nach Einführung einer dritten Alternative $\underline{y}_i$ ergibt sich folgendes Schema:

$\{j\}$	$\underline{D}$	$\underline{S}$
$\underline{y}_g$	$\underline{y}_i$	$\underline{y}_h$
$\underline{y}_h$	$\underline{y}_g$	$\underline{y}_i$
$\underline{y}_i$	$\underline{y}_h$	$\underline{y}_g$

Für j ist beispielsweise zu lesen: $\underline{y}_g P_j \underline{y}_h P_j \underline{y}_i$. Da

1) Inada, Ken-ichi; a.s.O., S. 197

$y_g P_i y_h$ gilt für alle i in $\underline{V} = \{j\} \cup \underline{D}$, und da $\underline{V}$ maßgeblich ist für y_g gegen y_h , zieht die Gesellschaft y_g y_h vor. Wenn $y_i R y_h$ gilt, dann bedeutet das, daß $\underline{D}$ maßgeblich ist für y_i gegen y_h , da für alle $d \in \underline{D}$ $y_i P_d y_h$ gilt, während alle anderen Individuen y_h y_i vorziehen. Dann ist $\underline{V}$ aber keine minimale maßgebliche Menge. Es folgt $y_i R y_h$. Nach dem Transitivitätsaxiom gilt, wenn $y_g R y_h$ und $y_i R y_h$, dann $y_g R y_i$. j ist das einzige Individuum, das y_g y_i vorzieht, also ist $\{j\}$ maßgeblich für y_g gegen y_i .

Dann kann aber $\{j\}$ auch keine echte Untermenge von $\underline{V}$ sein, es gilt vielmehr $\{j\} = \underline{V}$. Dann ist $\{j\}$ auch maßgeblich für y_g gegen y_h .

Da $\{j\}$ maßgeblich ist für y_g gegen ein beliebiges $y_i \neq y_g$, muß nun gezeigt werden, daß $\{j\}$ maßgeblich ist für ein beliebiges $y_k \neq y_g$ gegen y_i und y_g .

Gegeben sei folgendes Schema:

$\{j\}$	$\underline{S}$
y_k	y_i
y_g	y_k
y_i	y_g

Nach der Paretooptimalität gilt $y_k R y_g$, und da $\{j\}$ maßgeblich ist für y_g gegen y_i , folgt $y_g R y_i$. Aus dem Transitivitätsaxiom folgt $y_k R y_i$; also ist $\{j\}$ maßgeblich für y_k gegen y_i . Das Schema sei nun:

$\{j\}$	$\underline{S}$
y_k	y_i
y_i	y_g
y_g	y_k

Da $\{j\}$ maßgeblich ist für y_k gegen y_i , gilt $y_k R y_i$, und aufgrund der Paretooptimalität $y_i R y_g$. Aus dem Transitivitätsexiom folgt $y_k R y_g$, so daß $\{j\}$ maßgeblich ist für y_k gegen y_g . Dann ist $\{j\}$ aber maßgeblich für alle Alternativenpaare, was der umgeformten Bedingung V widerspricht. $\{j\}$ ist ein Diktator.

Die Bedeutung der Arrow'schen Analyse für den sozialen Entscheidungsmechanismus ist nun mit Argumenten angezweifelt worden, die fast ausschließlich in der Empirie wurzeln. Wohl wird zugegeben, daß es keinen Abstimmungsmechanismus gibt, der in jedem Fall Arrows Bedingungen erfüllt, es sei aber durchaus denkbar, daß irgendeine Abstimmungsregel in 999999999999... von 10000000000000... Fällen einwandfrei funktioniere ¹⁾. Darüber hinaus weist man darauf hin, daß Arrows Beweisführung entscheidend auf der Voraussetzung beruhe, daß immer nur zwei Alternativen zur Wahl gestellt würden. Ohne diese Prämisse sei der ganze "Beweis" ²⁾ sinnlos.

Es ist nun nicht einzusehen, warum man sich mit solchen Überlegungen über Arrow hinwegsetzen kann. Niemand kennt die Wahrscheinlichkeit dafür, daß eine beliebige Abstimmungsregel Arrows Bedingungen verletzt. Und wenn man die Formulierung einer Wohlfahrtsfunktion als einmaliges Ereignis betrachtet, - sicher wird dieser Prozeß nicht so oft wiederholt wie ein Würfelspiel -, dann verliert der Wahrscheinlichkeitsbegriff seinen

1) Tullock, Gordon; Theoretical Forerunners, Appendix 2 zu: Buchanan, J.; Tullock, G.; The Calculus of Consent, Ann Arbor, 1962, S. 334

2) Anführungszeichen von Tullock; s.o., S. 334

Sinn. Die Situation ähnelt eher einem Entscheidungsproblem unter Ungewißheit. Eine Wohlfahrtsfunktion für beispielsweise die nächsten fünf Jahre - vielleicht lassen sich die bekannten Fünf-Jahrespläne so interpretieren - sei aufzustellen. Verließe man sich auf die Mehrheitsregel, so wäre dann nur zu sagen: Entweder ist die für diesen Zeitraum formulierte Funktion konsistent oder nicht. Wie die Sache wirklich ausgeht, wird sich schon noch zeigen, wahrscheinlich aber zu spät.

Tullock gleicht jemandem, der eine Rechenregel vorschlägt, die zuweilen zu unsinnigen Ergebnissen führt, und beteuert, allzu häufig werde man keinen Nonsens zusammenrechnen, so daß man im Ganzen recht gut mit dieser Regel fahre.

Was den anderen Einwand angeht, so läßt sich zeigen, daß auch mit anderen Abstimmungstechniken keine besseren Ergebnisse erzielt werden. Bei paarweiser Abstimmung führt $y_g^{P_i} y_h^{P_i} y_i$, $y_h^{P_j} y_i^{P_j} y_g$ und $y_i^{P_k} y_g^{P_k} y_h$ zu $y_g^{R_y} y_h^{R_y} y_i^{R_y}$. Stellt man gleich alle drei Alternativen zur Wahl, so erhält man $y_g^{I_y} y_h^{I_y} y_i$. Da y_g , y_h und y_i Zustände der Gesellschaft sind, die sich in ihrer Realisierung gegenseitig ausschließen, kann man nicht sagen, daß dann eben alle drei Zustände verwirklicht werden sollen. Soll man aber zwischen ihnen würfeln? Dann wäre man bei der gleichen Konsequenz angelangt, die man auch aus $y_g^{R_y} y_h^{R_y} y_i^{R_y}$ ziehen kann.

b) Modifikationen des Ansatzes

Damit könnte die Frage, ob es möglich ist, zu einer sozialen Wohlfahrtsfunktion nach der allgemeinen Definition Arrows zu kommen, für beantwortet gelten. Es ist nicht möglich; das hätte zur Folge, daß man sich anderen Dingen zuzuwenden hätte. Nun hat aber Arrows Ergebnis, das doch augenscheinlich jede weitere Diskussion nutzlos scheinen läßt, mehrere Autoren zu Arbeiten gerade über dieses Problem angeregt¹⁾. Eine exemplarische Begründung dafür mag man in der Bemerkung von Luce und Raiffa sehen: "Social choice problems still arise and must be solved, and so the impasse must be side-stepped"²⁾. Darüber hinaus läßt sich sogar noch sagen, daß soziale Entscheidungen in der Wirklichkeit ja auch fortlaufend gefällt werden.

Eine weitere Untersuchung kann nun in zwei Richtungen gehen. Einmal kann man eine der Bedingungen zurückweisen oder umformulieren; zum zweiten ist auch eine andere Problemstellung denkbar. Man ist durchaus nicht gezwungen, die fünf Bedingungen Arrows hinzunehmen; denn er selbst gibt zu, daß sie subjektive Werturteile seien, über die man verschiedene Ansichten haben könne³⁾.

1) Kritik an einzelnen Bedingungen

1a) Bedingung III

Fast alle Versuche in dieser Richtung setzen bei Bedin-

1) Bössmann; a.a.O. gibt eine Aufzählung SS. 222 u.230

2) Luce; Raiffa; a.a.O., S. 340

3) Arrow; a.a.O., S. 31

gung III an. Die Kritik richtet sich vor allem darauf, daß die Stärke der Präferenzen unberücksichtigt bleibt. Dazu ein Beispiel¹⁾: Zwei Individuen (i,j) und zwei Alternativen (x_g, x_h)²⁾ seien gegeben. Es gelte $x_g P_i x_h$ und $x_h P_j x_g$. Die soziale Wohlfahrtsfunktion entscheide $x_g I x_h$. Nun werde die Zahl der Alternativen erweitert um $x_1 = 1000$ für jeden, $x_j = 1$ für jeden, $x_k = -1$ für jeden und $x_l = -1000$ für jeden. Die Präferenzordnungen seien $x_i P_i x_j P_i x_g P_i x_h P_i x_k P_i x_l$ und $x_h P_j x_i P_j x_j P_j x_k P_j x_l P_j x_g$. Zumindest nach gesundem Menschenverstand kann man der Meinung sein, daß die neuen Alternativen nicht irrelevant sind, und erwarten, daß die soziale Entscheidung lautet $x_h R x_g$. Läßt man diesen Einwand gelten, so gelangt man notwendigerweise zur kardinalen Nutzenmessung und interpersonellen Nutzenvergleichen, woraus sich dann eine kollektive Präferenzskala ergibt, die kardinal meßbare Wohlfahrtsgrößen ausdrückt³⁾.

1b) Bedingung V

Von Little ist die Bedingung der Nichtdiktatur kritisiert worden. Er erläutert seine Bedenken an folgendem Beispiel⁴⁾: Bei drei Individuen und zwei Alternativen

1) Luce; Raiffa; a.a.O., S. 341

2) Statt y hier einfach x, da keine I-Tupel von Zielvariablen gemeint sind.

3) Weitere Ausführungen dazu bei: Luce; Raiffa; a.a.O., Kap. 14.6; Rothenberg; a.a.O., Teil II
Gäfen, G.; Zur Theorie kollektiver Entscheidungen, Jahrb.f.Nat.u.Stat., Bd. 173, 1961
Zeuthen, Frederik; Economic Theory and Method, New York, London, Toronto, 1955, S. 102-03

4) Little; Social Choice..., a.a.O., S. 426

bestehen folgende Präferenzordnungen: $x_g^P x_h$, $x_g^P x_j$,
und $x_h^P x_g$. Nach der Mehrheitsregel wird also die soziale Entscheidung $x_g R x_h$ gefällt. Was aber, wenn k um vieles ärmer ist als i und j ? Wäre denn nicht $x_h R x_g$ wünschenswert? "Diktatur" wäre eine schlechte Kennzeichnung dieser Situation; denn tatsächlich resultierte $x_h R x_g$ nicht aus k ' Macht, sondern seiner Armut. So suggestiv dieses Beispiel auch sein mag, es ist nicht geeignet, Zweifel an Arrows Ansatz zu wecken. Der schwache Punkt liegt im Wort "wünschenswert". Ist $x_h R x_g$ wünschenswert für k , so ist er ein Diktator. Da Little diese Interpretation ablehnt, kann $x_h R x_g$ nur wünschenswert sein für ein Individuum $g \neq i, j, k$, was aber bedeutet, daß eine externe Kontrolle auf die soziale Entscheidung der Drei-Personen-Gesellschaft ausgeübt wird; $x_h R x_g$ ist eine oktroyierte Wohlfahrtsfunktion¹⁾.

2) Eingipflige Präferenzen

2a) Darstellung

Der zweite Weg, dem Dilemma zu entrinnen, setzt bei Bedingung I an. Von einem zweiten Weg wird deshalb gesprochen, weil Modifikationen dieser Bedingung so weitreichend sind, daß sie sich auf die ganze Problemstellung auswirken²⁾. Bedingung I läßt jegliche Art von individuellen Präferenzordnungen zu, seien sie, wie sie wollen. Dagegen scheint folgende Einschränkung er-

1) Rothenberg; s.s.O., S. 304-05

2) Luce; Raiffa; s.s.O., S. 342

laubt: Es ist realistisch, gemeinsame Merkmale der individuellen Präferenzen zu unterstellen, so daß extreme Meinungsunterschiede ausgeschlossen sind¹⁾. In einem solchen Fall gibt es eine soziale Wohlfahrtsfunktion, die die modifizierte Bedingung I und die Bedingungen II - V erfüllt, ein Ergebnis, das vielleicht den Verlust an Allgemeingültigkeit aufwiegt. Die Einschränkung lautet: Nur eingipflige individuelle Präferenzen sind zugelassen²⁾. Sind $U_1, \dots, U_n$ Nutzenindikatoren für die individuellen Präferenzordnungen $R_1, \dots, R_n$, dann lassen sich die alternativen Zustände der Gesellschaft durch eine eindimensionale Variable derart darstellen, daß jede der Graphiken $U_1, \dots, U_n$ nur einen Gipfel hat. Ein Beispiel³⁾: Gegeben seien die Präferenzordnungen

Fall a)

$R_1 \quad R_2 \quad R_3$

$z_g \quad z_h \quad z_i$

$z_h \quad z_i \quad z_j$

$z_i \quad z_g \quad z_h$

$z_j \quad z_j \quad z_g$

Fall b)

$R'_1 \quad R'_2 \quad R'_3$

$z_g \quad z_g \quad z_g$

$z_h \quad z_j \quad z_i$

$z_i \quad z_h \quad z_h$

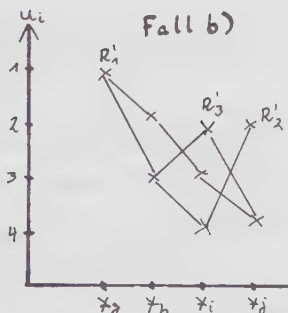
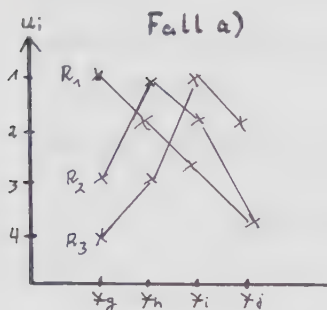
$z_j \quad z_i \quad z_j$

1) Weldon; a.a.O., S. 461

2) Black, D.; On the Rationale of Group Decision Making, Journal of Political Economy, Bd. 56, 1948
ders., The Decisions of a Committee using a Special Majority, Econometrica, Bd. 16, 1948
Darstellung hier allerdings mehr nach: Arrow; a.a.O., Kap. VII, 2; Rothenberg; a.a.O., Kap. 11; Luce; Raiffa; a.a.O., Kap. 14, 7

3) Rothenberg; a.a.O., S. 281

Die entsprechenden graphischen Darstellungen sind die folgenden.



Im Fall a) sind die Präferenzordnungen eingipflig, im Fall b) mehrgipflig. Eingipfligkeit bedeutet also, daß es mindestens eine Anordnung der Zustände der Gesellschaft auf der Abszisse gibt dergestalt, daß alle individuellen Kurven einen Gipfel haben und von beiden Seiten, ohne Gegenbewegung, diesem Gipfel zustreben.

2b) Eingipflige Präferenzen und Mehrheitsregel

Sind alle individuellen Präferenzordnungen eingipflig, so führt die Mehrheitsregel zu einem eindeutigen konsistenten Ergebnis; denn eine Alternative erhält die Stimmenmehrheit, vorausgesetzt, daß die Zahl der Individuen ungerade ist. Weiter läßt sich nach der Mehrheitsregel, wenn die Zahl der Alternativen endlich ist, eine soziale Rangordnung der Alternativen konstruieren, indem man die jeweils beste Alternative aussondert und den Abstimmungsprozeß für die verbleibenden Alternativen wiederholt.

Bevor der Beweis gegeben wird¹⁾, muß noch darauf hingewiesen werden, daß in diesem Fall eine starke individuelle Ordnungsrelation vorliegt, d.h. es gibt keine Indifferenz zwischen irgendzwei Alternativen. Die formale Definition lautet:

Die Relation S ist eine starke Ordnungsrelation, wenn folgende Bedingungen erfüllt sind:

- a) Für alle y_g ist $y_g S y_g$ ausgeschlossen.
- b) Für alle $y_g, y_h, y_g \neq y_h$, gilt entweder $y_g S y_h$ oder $y_h S y_g$.
- c) Für alle y_g, y_h, y_i implizieren $y_g S y_h$ und $y_h S y_i$ $y_g S y_i$.

Mit diesen Annahmen läßt sich der Begriff der Zwischenlage definieren. $B(y_g, y_h, y_i)$ heißt: y_h liegt zwischen y_g und y_i . Daraus folgt eine weitere Definition:

Ist S eine starke Ordnungsrelation, dann bedeutet

$B(y_g, y_h, y_i)$ entweder $y_g S y_h$ und $y_h S y_i$ oder $y_i S y_h$ und $y_h S y_g$.

Aus den beiden Definitionen folgt der Satz:

Lemma I: Sind y_g, y_h, y_i drei verschiedene Alternativen, dann gilt genau eine der folgenden Beziehungen:

$B(y_g, y_h, y_i), B(y_h, y_g, y_i), B(y_h, y_i, y_g)$.

Unter Benutzung dieser formalen Definition einer starken Ordnungsrelation schreibt sich die Annahme eingipfliger Präferenzen folgendermaßen:

1) Arrow; a.a.O., S. 75 ff. Ein allgemeiner Beweis findet sich bei: Inada, Ken-ichi; On the Economic Welfare Function, *Econometrica*, Bd.32, 1964

Es gibt eine starke Ordnungsrelation S derart, daß für jedes Individuum i $y_g^Q i y_h^{1)}$ und $B(y_g, y_h, y_i) y_h^{P_i} y_i$ implizieren.

Demit sind die Bausteine beisammen, um die Bedingung I zu modifizieren.

Bedingung I': Für alle individuellen Schemata der Art $(R_1, \dots, R_n)$, die der Bedingung eingipfliger Präferenzen genügen, ist die entsprechende soziale Ordnungsrelation R eine schwache Relation.

Für eine beliebige Anzahl von Alternativen genügt die Mehrheitsregel den Bedingungen II - V²⁾, erforderlich ist also nur noch der Beweis, daß sie auch die Bedingung I' erfüllt.

$N(y_g, y_h)$ sei die Zahl der Individuen, für die $y_g^Q i y_h$ gilt. Die soziale Wohlfahrtsfunktion, die nach der Mehrheitsregel gebildet wird, entscheidet dann und nur dann $y_g^R y_h$, wenn

$$(B.10) \quad N(y_g, y_h) \geq N(y_h, y_g).$$

Als nächstes ist folgender Satz zu beweisen.

Lemma II: Wird R nach der Mehrheitsregel aus einem gegebenen individuellen Schema $(R_1, \dots, R_n)$ gebildet und folgt für alle i aus $y_g^Q i y_h y_i^{P_i} y_j$ (bei gegebenen Alternativen y_g, y_h, y_i, y_j), dann folgt aus $y_g^R y_h y_i^R y_j$.

1) Q ist das Zeichen für die schwache individuelle Relation.

2) Arrow; a.s.O., S. 46-48

Angenommen, die beiden Bedingungen am Anfang des Satzes seien gegeben, und weiter, $y_g R y_h$ treffe zu. Bewiesen werden soll $y_i R y_j$. Für jedes Individuum i , für das $y_g Q_i y_h$ gilt, wird nach obiger Annahme auch $y_i Q_i y_j$ gelten, so daß

$$(B.11) \quad N(y_i, y_j) \geq N(y_g, y_h).$$

Aus (B.10) und $y_g R y_h$ folgt

$$(B.12) \quad N(y_g, y_h) \geq N(y_h, y_g).$$

Wenn $y_j Q_i y_i$ gilt, dann gilt nicht $y_i P_i y_j$. Folglich heißt es nach obiger Annahme nicht $y_g Q_i y_h$, sondern $y_h Q_i y_g$. Das bedeutet, aus $y_j Q_i y_i$ folgt $y_h Q_i y_g$, so daß

$$(B.13) \quad N(y_h, y_g) \geq N(y_j, y_i).$$

Aus (B.11) - (B.13) erhält man $N(y_i, y_j) \geq N(y_j, y_i)$, so daß nach (B.10) $y_i R y_j$ gilt.

Das Possibility Theorem für eingipflige Präferenzen lautet nun:

Die Mehrheitsregel ist eine soziale Wohlfahrtsfunktion, die für eine beliebige Anzahl von Alternativen die Bedingung I' und die Bedingungen II - V erfüllt, vorausgesetzt, daß die Zahl der Individuen ungerade ist.

Beweis: Da die Mehrheitsregel die Bedingungen II - V erfüllt, genügt es zu zeigen, daß R - nach der Mehrheitsregel gebildet - bei eingipfligen Präferenzen die Axiome I und II erfüllt.

Entweder gilt $N(y_g, y_h) \geq N(y_h, y_g)$ oder $N(y_h, y_g) \geq N(y_g, y_h)$, so daß nach (B.10) für alle y_g und y_h

$\underline{y}_g R \underline{y}_h$ oder $\underline{y}_h R \underline{y}_g$ gilt. R erfüllt also das Axiom I.

Wenn $\underline{y}_g R \underline{y}_h$ und $\underline{y}_h R \underline{y}_i$, dann wäre nach Axiom II (Transitivitätsaxiom) $\underline{y}_g R \underline{y}_i$. Ist $\underline{y}_g = \underline{y}_h$, dann folgt aus $\underline{y}_g R \underline{y}_h$ $\underline{y}_g R \underline{y}_i$; ist $\underline{y}_h = \underline{y}_i$, dann ergibt sich $\underline{y}_g R \underline{y}_i$ aus $\underline{y}_g R \underline{y}_h$. Ist $\underline{y}_g = \underline{y}_i$, dann $\underline{y}_g R \underline{y}_g$, was aber direkt aus (B.10) folgt.

Sind $\underline{y}_g, \underline{y}_h, \underline{y}_i$ voneinander verschieden, so gibt es nach Lemma I drei Möglichkeiten.

a) $B(\underline{y}_g, \underline{y}_h, \underline{y}_i)$: Definitionsgemäß gilt $\underline{y}_h P_i \underline{y}_i$, wenn $\underline{y}_g Q_i \underline{y}_h$. Aus $\underline{y}_g Q_i \underline{y}_h$ und $\underline{y}_h P_i \underline{y}_i$ ergibt sich $\underline{y}_g P_i \underline{y}_i$, d.h. $\underline{y}_g Q_i \underline{y}_h$ impliziert $\underline{y}_g P_i \underline{y}_i$. Wenn $\underline{y}_i$ durch $\underline{y}_g$ und $\underline{y}_j$ durch $\underline{y}_i$ ersetzt werden, so folgt nach Lemma II $\underline{y}_g R \underline{y}_i$ aus $\underline{y}_g R \underline{y}_h$.

b) $B(\underline{y}_h, \underline{y}_g, \underline{y}_i)$: Es sei $\underline{y}_h Q_i \underline{y}_i$ und $\underline{y}_g P_i \underline{y}_i$. Aus der zweiten Hypothese folgt $\underline{y}_i Q_i \underline{y}_g$. Aus $\underline{y}_h Q_i \underline{y}_i$ und $\underline{y}_i Q_i \underline{y}_g$ ergibt sich $\underline{y}_h Q_i \underline{y}_g$. Ersetzt man $\underline{y}_g$ durch $\underline{y}_h$ und $\underline{y}_h$ durch $\underline{y}_g$, dann folgt nach Lemma II $\underline{y}_g P_i \underline{y}_i$ aus $\underline{y}_h Q_i \underline{y}_g$. Das widerspricht aber der ursprünglichen Annahme, daß $\underline{y}_h Q_i \underline{y}_i$ und $\underline{y}_g P_i \underline{y}_i$. Deshalb $\underline{y}_g P_i \underline{y}_i$, wenn $\underline{y}_h Q_i \underline{y}_i$. Ersetzt man $\underline{y}_g$ durch $\underline{y}_h$, $\underline{y}_h$ durch $\underline{y}_i$, $\underline{y}_i$ durch $\underline{y}_g$ und $\underline{y}_j$ durch $\underline{y}_i$, dann folgt aus Lemma II $\underline{y}_g R \underline{y}_i$, wenn $\underline{y}_h R \underline{y}_i$.

c) $B(\underline{y}_h, \underline{y}_i, \underline{y}_g)$: Angenommen, $\underline{y}_h Q_i \underline{y}_i$. Dann folgt aus Lemma II, wenn man $\underline{y}_g$ durch $\underline{y}_h$, $\underline{y}_h$ durch $\underline{y}_i$ und $\underline{y}_i$ durch $\underline{y}_g$ ersetzt, $\underline{y}_i P_i \underline{y}_g$. Aus $\underline{y}_h Q_i \underline{y}_i$ und $\underline{y}_i P_i \underline{y}_g$ ergibt sich $\underline{y}_h P_i \underline{y}_g$. D.h.

(B.14)

$\underline{y}_h Q_i \underline{y}_i$ impliziert $\underline{y}_h P_i \underline{y}_g$.

Sei N' die Zahl der Individuen, für die $y_h P_i y_g$ gilt, und sei N die Zahl aller Individuen, dann gilt $y_g Q_i y_h$ genau dann, wenn nicht $y_h P_i y_g$ gilt, so daß

$$(B.15) \quad N(y_g, y_h) = N - N' \quad .$$

Wenn $y_h P_i y_g$, dann gilt sicher $y_h Q_i y_g$, so daß

$$(B.16) \quad N(y_h, y_g) \geq N'.$$

Da $y_g R y_h$ gilt, folgt aus (B.10) $N(y_g, y_h) \geq N(y_h, y_g)$, und aus (B.15) und (B.16) $N - N' \geq N'$, oder

$$(B.17) \quad N' \leq N/2.$$

Aus (B.14) ergibt sich

$$(B.18) \quad N' \geq N(y_h, y_i).$$

Für jedes Individuum i trifft entweder $y_h Q_i y_i$ oder $y_i Q_i y_h$ zu, daher

$$(B.19) \quad N(y_h, y_i) + N(y_i, y_h) \geq N.$$

Wenn $y_h R y_i$, gilt nach (B.10) $N(y_h, y_i) \geq N(y_i, y_h)$.

Nach (B.19) gilt dann $N(y_h, y_i) \geq N/2$. Aus (B.18) ergibt sich $N' \geq N/2$, und aus (B.17) $N' = N/2$. Dann ist aber die Zahl der Individuen nicht ungerade, was der Voraussetzung widerspricht. Der Fall c) ist also nicht möglich.

Wenn $B(y_h, y_i, y_g)$, dann kann nicht zugleich $y_g R y_h$ und $y_h R y_g$ gelten. In jedem Fall, wo $y_g R y_h$ und $y_h R y_i$ möglich waren, galt auch $y_g R y_i$. Daraus folgt, daß R Axiom II erfüllt; das Possibility Theorem für eingipflige Präferenzordnungen ist damit bewiesen.

Die Bedingung, daß die Zahl der Individuen ungerade

sein muß, ist nicht überflüssig, wie folgendes Beispiel zeigt. Sei $y_g^{P_i} y_h^{P_i} y_i$ und $y_h^{P_j} y_i^{P_j} y_g$. Da in beiden Fällen eine starke Ordnungsrelation vorliegt, sind beide Präferenzordnungen, wie gefordert, eingipflig. Die Mehrheitsregel entscheidet dann $y_g I y_h$ und $y_h R y_i$. Es müßte dann auch gelten $y_g R y_i$, aber die Mehrheitsregel ergibt in diesem Fall $y_g I y_i$.

3) Abschließende Bemerkungen

Wenn man nun glaubt, ein gesichertes Ergebnis gefunden zu haben, so muß man eines möglichen Einwandes gewartig sein. Alle Bedingungskomplexe, die zu konsistenten Wohlfahrtsfunktionen führen, unterscheiden sich voneinander. Deswegen sei - so Bössmann¹⁾ - eine soziale Entscheidung vonnöten, welches Bedingungssystem der Konstruktion einer sozialen Wohlfahrtsfunktion zugrunde gelegt werden solle. Diese Entscheidung müsse aber, um als sozial zu gelten, wieder gewisse Bedingungen erfüllen usw. Man gerate in einen unentrinnbaren Zirkel. Es wird also behauptet, man müsse das ursprüngliche Problem auf höherer Ebene wieder aufnehmen.

Dagegen läßt sich einwenden, daß sich die Probleme doch unterscheiden. Die soziale Wohlfahrtsfunktion soll eine konsistente und demokratische Rangordnung aller gesellschaftlichen Zustände ergeben. Bei dem letzteren Problem genügt es aber offensichtlich, ein Bedingungssystem, also nur eine einzige Alternative, als das beste auszu-

1) Bössmann; a.a.O., S. 228-29

wählen. Man kann dabei an einen Mehrheitsentscheid denken, wo man dann nur noch auf das Werturteil zurückgreifen muß, daß das, was die Mehrheit wolle, auch für die Gesellschaft verbindlich sei¹⁾. Sicher kann man sich auch wieder über dieses Werturteil seine Gedanken machen, aber in einen gedanklichen Zirkel wird man wohl nicht geraten; denn sucht man nach einer sozialen Entscheidung, ob der Wille der Mehrheit gelten solle, so kann man sich in dieser Frage nicht wieder auf einen Mehrheitsbeschluß berufen, den man ja gerade durch die geforderte zweite soziale Entscheidung anzweifelte. Derartige Probleme lassen sich, wie die Philosophen es ausdrücken, nur durch die Einführung einer Metasprache lösen, was hier aber nicht mehr behandelt werden soll. Die Geltung des Mehrheitswillens als Werturteil genommen mag genügen.

Nun ist noch der Fall zu berücksichtigen, daß die soziale Entscheidung über das "beste" Bedingungssystem diktatorisch zustande kommt. Wenn es aber einen Diktator gibt, so wird auch die Wohlfahrtsfunktion diktatorisch sein; man hat wieder eine triviale Lösung.

c) Formale Darstellung als Zielfunktion

Unter der Voraussetzung eingipfliger Präferenzen läßt sich also eine konsistente und "demokratische" Wohlfahrtsfunktion konstruieren. Sie wäre beispielsweise von der Form

$$V_g R_{Y_h} R_{Y_i} R_{Y_j} R \dots$$

1) Nath, S.K.; a.a.O., S. 562

Die Zielfunktion (B.1) lautet aber

$$w = c_1 y_1 + \dots + c_I y_I.$$

Die Wohlfahrtsfunktion ist also für die einzelnen Zustände der Gesellschaft definiert, für die I-Tupel $\underline{y} = (y_1, \dots, y_I)$. Argumente der Zielfunktion sind dagegen die einzelnen Zielvariablen. Des weiteren unterscheiden sich die Funktionen darin, daß die Wohlfahrtsfunktion auf einer ordinalen Relation aufbaut, die Zielfunktion ihrerseits einen kardinalen Wohlfahrtsbegriff impliziert. Damit stellt sich die Aufgabe, die ordinale Relation der Wohlfahrtsfunktion in die kardinale der Zielfunktion zu überführen. Das Problem besteht darin, den Vektor $\underline{c}'$ der Wohlfahrtsgewichte zu quantifizieren.

Das Problem ist lösbar, wenn die Zielvariablen y_i , ($i=1, \dots, I$), quantifizierbar sind, damit ist aber gerade eine Grundvoraussetzung dieser Arbeit angesprochen¹⁾. Als Maßeinheit kann man sich zum Beispiel Geld denken²⁾. Das Verfahren, nach dem der Vektor $\underline{c}'$ bestimmt wird, ist nun folgendes.

Es sei

$$\begin{aligned} \underline{y}_g I \underline{y}_h \quad & \text{mit } \underline{y}_g = (y_1, y_2, \dots, y_I), \\ & \underline{y}_h = (y'_1, y'_2, \dots, y'_I). \end{aligned}$$

Weiter sei

$$\begin{aligned} y'_1 &= 1/2 y_1, \\ y'_2 &= 2 y_2. \end{aligned}$$

1) Seite 33

2) van Eijk; Sandee; a.s.o., S. 6. In dem Beispiel handelt es sich allerdings um die Präferenzfunktion des policy maker.

Daraus folgt, eine Abnahme in y_1 um 50% wird durch eine Zunahme in y_2 um 100% kompensiert, was $c_1 > c_2$ bedeutet, oder genauer $c_1 = 2c_2$. Es genügt, die Relationen auf diese Weise zwischen den c_i , ($i=1, \dots, I$), zu bestimmen; sie müssen aber alle "circular tests"¹⁾ der Form $c_1/c_2 = c_1/c_3 : c_2/c_3$ erfüllen. Ein c_i wird dann als Maßeinheit gesetzt, zum Beispiel $c_1 = 1$, und daraus werden dann die numerischen Werte für die restlichen c_h , ($h = 2, \dots, I$), abgeleitet.

d) Verhandlungstheorie

1) Verhandlungstheorie und Wohlfahrtsfunktion

Man könnte nun die Frage nach der Zielfunktion für beantwortet halten, und zwar positiv. Nur ist diese Antwort nicht vollständig; es gibt noch weitere Möglichkeiten, die aus zwei Gründen behandelt werden sollen. Einmal scheint es ein Gebot, auch nur alles zu berücksichtigen, was mit der Zielfunktion zusammenhängt, da ja gerade diese als das Haupthindernis bezeichnet wird, das der Verwendung der Programmanalyse in der Wirtschaftspolitik im Wege steht²⁾, zum ändern können die anderen Möglichkeiten "besser" sein, besser in dem Sinne, daß sie vielleicht praktikabler sind und auf realitätsnäheren Prämissen beruhen; denn gerade die beiden letzten Punkte beinhalten einen stillen Vorwurf, der sich gegen die oben beschriebene Wohlfahrtsfunktion

1) van Eijk; Sandee; s.s.Ö., S. 4

2) Siehe Anmerkung 4) auf S. 5

richtet. Der Abstimmungsprozeß über die einzelnen Zustände der Gesellschaft schließt eine praktische Anwendung wohl aus, und weiter kann nicht genau gesagt werden, wie schwer die einschränkende Prämisse eingipfliger Präferenzen wiegt; ein Urteil darüber müßte sich auf empirische Untersuchungen stützen.

Eine weitere Möglichkeit, zu einer Zielfunktion, die auch wohlfahrtsökonomisch interpretiert werden kann, zu gelangen, bietet die Verhandlungstheorie. Es wird die These gesetzt, daß innerhalb der Gesellschaft keine Meinungsverschiedenheiten mehr darüber bestehen, welche Zielvariablen in die Zielfunktion eingehen sollen. Es bestehe allgemeiner Konsensus darüber, daß das Beschäftigungsziel, das Wachstumsziel, die Geldwertstabilität usw. für die Wohlfahrt einer Gesellschaft bedeutsam seien, und daß auf diesen Gebieten etwas getan werden müsse. Unterschiedliche Ansichten gebe es nur über die Bedeutung, die die einzelnen Ziele für die Wohlfahrt haben. Mit anderen Worten: Von der Funktion

$$w = c_1 y_1 + \dots + c_I y_I$$

sind die y_i , ($i=1, \dots, I$), gegeben, es fehlen nur noch die c_i , oder kürzer, der Vektor $\underline{c}$. Im folgenden wird versucht, die Bestimmung dieses Vektors als Ergebnis eines gesellschaftlichen Verhandlungsprozesses zu erklären. Das Vorgehen mutet einfacher an als das in den letzten Abschnitten, was man dem in diesem Zusammenhang glücklichen Umstand zu verdanken hat, daß die Verhandlungstheorien - es gibt mehrere Konzeptionen - in der

Regel nur einen optimalen Punkt bestimmen, aber keine Ordnungsrelation.

Verhandlungspartner (-gegner) seien irgendwelche Gruppen, deren Mitglieder hinsichtlich wirtschaftspolitischer Alternativen gleiche Interessen vertreten. Die Existenz solcher Gruppen wird als Erfahrungstatsache vorausgesetzt. Im Vergleich zum Abstimmungsmechanismus über alle Individuen ist ein Verhandlungsprozeß zwischen verschiedenen Gruppen wohl eher eine praktikable Methode für die Bestimmung einer Zielfunktion. Man kann sich zum Beispiel auf vier Gruppen beschränken: Den Staat, Arbeitgeber, Arbeitnehmer und den Bauernverband, was, wenn man einerseits die Bedeutung für die Gesamtwohlfahrt und andererseits die Lautstärke, mit der die Gruppenanliegen vorgebracht werden, betrachtet, durchaus realistisch zu sein scheint.

Die Frage, ob bei der Zielsetzung einer Gruppe das Individual-, Gruppen- oder Gemeininteresse überwiegt¹⁾, wird hier, so interessant sie auch sein mag, nicht entschieden. Wahrscheinlich läßt sie sich auch nie klar beantworten, da sich in der Realität diese verschiedenen Interessensphären mischen. Man findet es häufig, daß das Gemeininteresse lautstark strapaziert wird, um ein zumindest ebenso heftig erstrebtes Gruppeninteresse in einem ansprechenderen Gewande zu präsentieren. So hört man zum Beispiel, daß der Unternehmerverband eine hohe Gewinnquote keineswegs aus Eigennutz anstrebe, im Gegenteil, es gehe im eigentlichsten Sinne um

1) Harsanyi; a.a.O., S. 443

das Gemeinwohl, hier verkörpert im Wachstumsziel, das über steigende Investitionen mit der Gewinnquote in Verbindung gebracht wird. Es wird niemanden wundern, wenn die Gewerkschaften - um in ihrer Sprache zu reden - die Propagierung des Wachstumsziels als einen fadenscheinigen Vorwand für ein schamloses, unsoziales Gewinnstreben bezeichnen. Ein unbefangener Beobachter wird dieser Schwarz-Weiß-Malerei sicher nicht zustimmen, aber auch er wird nicht präzise angeben können, wo das Gruppeninteresse aufhört und das Gemeininteresse zum Tragen kommt, so daß man sich mit der These begnügen mag, daß diese Gruppen ihre Interessen in makroökonomischen Größen auszudrücken pflegen.

Von einigen Ökonomen wird streng zwischen Verhandlungstheorien und Schlichtungstheorien unterschieden. Konfliktlösungen, die im Schlichtungsverfahren gefunden werden, sollen irgendwie "fair" sein; die Lösung enthält eine normative Komponente, was sie in die Nähe der wohlfahrtsökonomischen Denkweise rücke. Die Verhandlungstheorien bestimmen dagegen als Lösung ein Gleichgewicht, das sich beim rationalen Durchsetzen des Eigeninteresses jeder Partei ergebe. Eine Partei gebe zum Beispiel nach, nicht weil sie es für "fair" erachte, sondern weil das Risiko, eine Konzession abzulehnen, zu groß sei¹⁾. Diese Unterscheidung scheint etwas spitzfindig zu sein. Formal sind beide Theorien fast identisch, mit der einen Ausnahme, daß Schlich-

1) Harsanyi; a.a.O., S. 447

tungstheorien interpersonelle Nutzenvergleiche nicht vermeiden können¹⁾. Aber auch was die Interpretation angeht, läßt sich ein Machtgleichgewicht, das auf einem Verhandlungsprozeß basiert, wohlfahrtsökonomisch interpretieren. "Das "Maximum an ökonomischer Wohlfahrt" läßt sich in einem solchen Zusammenhang immer noch sinnvoll interpretieren als das Maximum dessen, was jeder der Beteiligten in der vorgegebenen Interessen- und Machtkonstellation erreichen kann"²⁾. Es wird also hier nicht weiter zwischen Verhandlungstheorien und Schlichtungstheorien unterschieden, zumal es ja beide Male um die Lösung interpersoneller Konflikte geht.

Solche Theorien sind von Zeuthen³⁾, Nash⁴⁾, Harsanyi⁵⁾, Breithwaite⁶⁾ und Hicks⁷⁾ entwickelt worden, um nur die wichtigsten Autoren zu nennen. Die folgende Darstellung richtet sich überwiegend nach Luce und Raiffa⁸⁾, die die Theorie schon auf den n-Personenfall erweitert haben. In diesem Rahmen wird die Theorie gleich für

1) Harsanyi; a.a.O., S. 460

2) Bössmann; a.a.O., S. 233

3) Zeuthen, Frederik; Problems of Monopoly and Economic Welfare, London, 1930

4) Nash, J.F.; The Bargaining Problem, Econometrica, Bd.18, 1950

5) Harsanyi, J.F.; Approaches of the Bargaining Problem before and after the Theory of Games: A critical Discussion of Zeuthen's, Hicks and Nash's Theories, Econometrica, Bd.24, 1956

6) Breithwaite, R.B.; The Theory of Games as a Tool for the Moral Philosopher, Cambridge University Press, 1955

7) Hicks, J.R.; The Theory of Wages, London, 1932

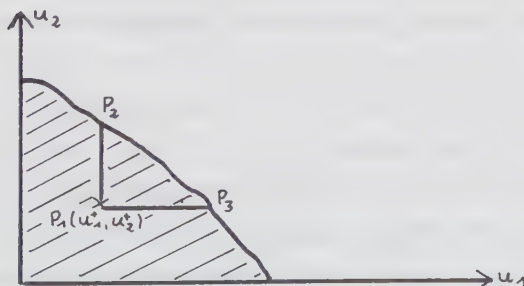
8) Luce; Raiffa; a.a.O., SS. 124 ff., 349 ff.

den Fall des Interessenkonfliktes über die Bedeutung wirtschaftspolitischer Zielsetzungen für die Wohlfahrt interpretiert.

2) Das Problem der Verhandlungstheorie

2a) Allgemeine Darstellung

Der Konflikt geht also um den Vektor $\underline{c}'$. n Gruppen seien von dem Konflikt betroffen. Jede Gruppe i , ($i=1, \dots, n$), ist in der Lage, ihre Nutzenfunktion, die vom Neumann-Morgensternschen Typ sei, hinsichtlich der Vektoren $\underline{c}_k'$, ($k=1, \dots, s$), zu bestimmen. Weiter wird angenommen, daß es einen Lösungsbereich gibt, innerhalb dessen jeder Punkt für alle Parteien besser ist als die Lage ohne Einigung¹⁾. Für zwei Parteien ergibt sich die untenstehende Graphik²⁾. u_1 und u_2 stehen für



Figur 2)

die Nutzengrößen der beiden Parteien. Die schraffierte

1) Schelling, Thomas C.; The Strategy of Conflict, Cambridge, Mass., 1960, S. 22

2) Luce; Raiffa; a.s.O., S. 124
Harsanyi; Models for the Analysis..., a.s.O., S. 448

Fläche enthält alle möglichen Lösungspunkte. Ist nun P_1 der status quo-Punkt, an dem der Konflikt ausbricht, mit den Nutzengrößen u_1^+ und u_2^+ , so kann die Lösung nur in dem Bereich $P_1P_2P_3$ liegen. Wie läßt sich diese Menge der Lösungspunkte nun für den wirtschaftspolitischen Fall erklären? Jede Gruppe hat ihre Nutzenfunktion u_i . Unterstellt man, daß sie eine Untergrenze für u_i , $\min u_i$, festgelegt hat, so ist damit für die k anderen Gruppen, ($k=1, \dots, n-1$), gleichzeitig die Obergrenze für u_k , $\max u_k$, bestimmt, was natürlich voraussetzt, daß ein strikter Interessengegensatz besteht. Diese Annahme geht vielleicht etwas weit, und man kann einschränken, daß zumindest zwischen je zwei Gruppen dieser strenge Gegensatz besteht, während die anderen mehr oder weniger neutral sind. Man kann sich die Situation dergestalt vorstellen, daß jede Gruppe ihr Hauptaugenmerk auf nur einige wenige Komponenten des Vektors $\underline{c}$ richtet. Zum Beispiel mögen die Ansichten der Gruppen g und h über c_1 und c_j stark divergieren, während die anderen Gruppen in dieser Frage weniger heftig engagiert sind. Dann wird der Variationsbereich für c_1 und c_j vornehmlich durch $\min u_g$ und $\min u_h$ bestimmt. Hier zeigt sich die Verbindung zur Spieltheorie:

$$\min u_i = \max u_k.$$

Da der Verhandlungsprozeß jedoch ein kooperatives Spiel ist, gilt

$$\min u_i + \max u_k \leq u_i^0 + u_k^0,$$

wobei u_i^0 und u_k^0 die Nutzengrößen in der Einigungsposition sind. Auf diese Weise läßt sich der Lösungsbereich vollständig bestimmen. Zu beachten ist, daß dieser Lösungsbereich nur für alle die Konfliktpunkte gilt, von denen aus eine Einigung erzielt werden kann. Außerhalb dieses Bereiches wird zumindest eine Gruppe die Mitarbeit verweigern, so daß die Gesellschaft funktionsunfähig wird. Das setzt natürlich voraus, daß alle Beteiligten einen gewissen Einigungszwang auch gegen sich gelten lassen und nicht eine Gruppe zur völligen Obstruktion treiben.

In der Graphik war P_1 der Konfliktpunkt, er ist aber nicht der einzig denkbare. Jeder Punkt des Lösungsreiches kann Konfliktpunkt sein, da sich in jedem Punkt die jeweilige Machtverteilung (ausgedrückt in Nutzenmengen) widerspiegelt¹⁾.

Die nun folgenden Überlegungen ließen sich auch für den Fall anstellen, daß nicht über den Vektor $\underline{c}$ als ganzen verhandelt wird, sondern über seine einzelnen Komponenten c_i , ($i=1, \dots, I$). Damit würde man sich aber jeglicher Kompensationsmöglichkeit begeben. Es ist denkbar, daß eine Gruppe sagt, wir geben bei c_i nach, weil wir dafür bei c_k einen Zuwachs erwarten. Verhandelt man über den ganzen Vektor, so wird diese Möglichkeit mitberücksichtigt. Ein solcher Lösungsvektor und die ihm zugeordneten Gruppennutzen geben dann an, in welchem Grade sich in der für alle verbindlichen Wohl-

1) Harsanyi; Models for the Analysis..., a.s.O., S. 449

fahrtsfunktion die Leitvorstellungen der einzelnen Gruppen niederschlagen.

2b) Formale Darstellung

Alle möglichen Verhandlungspunkte bilden die Menge $\underline{I}$, deren generisches Element lautet

$$\underline{c}' = (c_1, \dots, c_I).$$

Da n Verhandlungspartner vorhanden sind, wäre entsprechend zum n -Personenspiel an die Koalitionsmöglichkeiten zu denken, die hier der Einfachheit halber aber ausgeschlossen werden. Analog zum Vorgehen bei der Formulierung der Wohlfahrtsfunktion wird auch erst eine Reihe von Bedingungen angegeben, die die Lösung eines Verhandlungsproblems erfüllen soll.

Bedingung dI: Die Präferenzen einer jeden Gruppe für die $\underline{c}_k'$ und Auslosungen zwischen den $\underline{c}_k'$ lassen sich durch einen linearen Nutzenindex zusammenfassen.

Ist $\underline{c}'$ ein Element in $\underline{I}$, dann bezeichnet $u_1(\underline{c}')$ den Nutzen der Gruppe 1 für $\underline{c}'$, und $\underline{u}(\underline{c}')$ ist dann das n -Tupel

$$\underline{u}(\underline{c}') = (u_1(\underline{c}'), u_2(\underline{c}'), \dots, u_n(\underline{c}')),$$

das den Nutzen der n Gruppen für $\underline{c}'$ angibt. Für $\underline{u}(\underline{c}')^+$ wird kürzer geschrieben

$$\underline{u}^+ = (u_1^+, u_2^+, \dots, u_n^+),$$

wobei das Zeichen "+" bedeutet, daß sich die Nutzen-

größen auf den status quo-Punkt beziehen. Die Menge aller n -Tupel $\underline{u}$, die gebildet wird, wenn $\underline{c}'$ über den ganzen Lösungsbereich $\underline{I}$ variiert, ist $\underline{M}$. Ein Verhandlungsproblem läßt sich dann symbolisch darstellen durch $(\underline{M}, \underline{u}^+)$.

Die Lösung eines Verhandlungsproblems $(\underline{M}, \underline{u}^+)$ besteht in einem Punkt $\hat{\underline{u}} = (\hat{u}_1, \dots, \hat{u}_n)$, $\hat{\underline{u}} \in \underline{M}$. Der $\hat{\underline{u}}$ zugehörige Vektor $\hat{\underline{c}}'$ ist dann die Lösung des realen Verhandlungsproblems. Damit überhaupt eine Lösung existiert, muß $\underline{M}$ mindestens zwei Elemente haben

$$\underline{M} = \{ \underline{u}^+, \underline{u} \}, \quad \underline{u} = (u_1, \dots, u_n),$$

wobei $u_i^+ < u_i$, $(i=1, \dots, n)$, gilt.

Bedingung dII: Die Lösung des realen Verhandlungsproblems hängt nicht vom Ursprung und Maßstab der Nutzenskalen ab, die das abstrakte Problem darstellen.

Bedingung dIII: (Paretooptimalität): Ist $\hat{\underline{u}}$ eine Lösung für $(\underline{M}, \underline{u}^+)$, dann gilt:

a) $\hat{\underline{u}} \in \underline{M}$

b) Es gibt kein $\underline{u}' \in \underline{M}$, $\underline{u}' \neq \hat{\underline{u}}$, mit der Eigenschaft $u'_i \geq \hat{u}_i$, $(i=1, \dots, n)$.

Bedingung dIV: (Unabhängigkeit von irrelevanten Alternativen): Das Hinzufügen neuer Alternativen (d.h. Vektoren) macht, bei gegebenem status quo-Punkt, eine schon verfügbare Alternative, die bisher keine Lösung war, nicht zu einer Lösung.

Bedingung dV: (Symmetriebedingung): Ein Verhandlungsproblem habe folgende Eigenschaften:

a) $u_i^+ = u_j^+, (i, j = 1, \dots, n)$.

b) Wenn $\underline{u} = (u_1, \dots, u_n)$, $\underline{u} \in \underline{M}$, dann ergibt eine beliebige Permutation der Komponenten von $\underline{u}$ ebenfalls ein Element von $\underline{M}$.

Unter den Voraussetzungen a) und b) gilt:

$\hat{u}_i = \hat{u}_j, (i, j=1, \dots, n)$, wobei

$\hat{\underline{u}} = (\hat{u}_1, \dots, \hat{u}_n)$ die Lösung von $(\underline{M}, \underline{u}^+)$ ist.

Daraus folgt: $\hat{\underline{u}}$ ist die Lösung von $(\underline{M}, \underline{u}^+)$ dann und nur dann, wenn

a) $\hat{\underline{u}} \in \underline{M}$.

b) $\hat{u}_i \geq u_i^+, (i=1, \dots, n)$.

c) $(\hat{u}_1 - u_1^+) (\hat{u}_2 - u_2^+) \dots (\hat{u}_n - u_n^+) \geq$
 $\geq (u_1 - u_1^+) (u_2 - u_2^+) \dots (u_n - u_n^+)$

für alle $\underline{u} \in \underline{M}$ mit der Eigenschaft $u_i \geq u_i^+, (i=1, \dots, n)$.

2c) Geometrische Lösung

Eine geometrische Lösung für den Zwei-Gruppen-Fall lautet wie folgt¹⁾. Der Lösungspunkt S ist der Tangentialpunkt zwischen der oberen Begrenzung des Lösungsbereichs AD und HSH, der rechtwinkligen Hyperbel im Koordinatensystem ECB. Die Bedingung

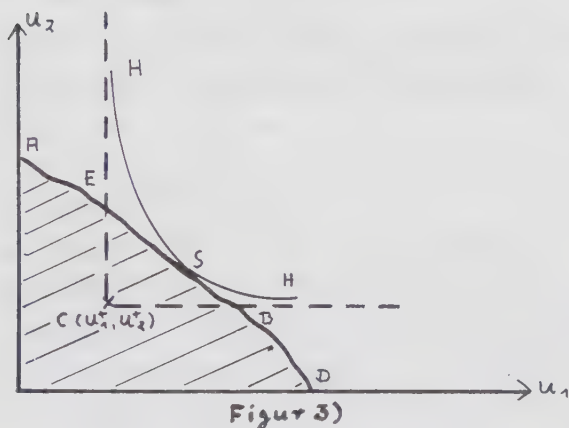
$$(\hat{u}_1 - u_1^+) (\hat{u}_2 - u_2^+) \geq (u_1 - u_1^+) (u_2 - u_2^+)$$

1) Harsanyi; Models for the Analysis ..., a.e.O., S.449
 Zeichnung umseitig

kann auch so gedeutet werden, daß der Ausdruck

$$(\hat{u}_1 - u_1^+) (\hat{u}_2 - u_2^+)$$

maximiert werden soll unter der Bedingung, daß $\hat{u}$ noch



zum Lösungsbereich gehört. Eine rechtwinklige Hyperbel hat nun die Eigenschaft, daß alle Rechtecke unter ihr gleich groß sind. Die Fläche unter dem Tangentialpunkt S ist aber $(\hat{u}_1 - u_1^+) (\hat{u}_2 - u_2^+)$, und sie ist maximal, weil sie gerade zum Tangentialpunkt gehört.

Es ist zumindest denkbar, daß auf diese Weise der Vektor $\underline{c}'$ der Wägunsfaktoren für die Zielvariablen bestimmt wird. Wenn man davon absieht, daß die Existenz von Nutzenfunktionen des Neumann-Morgensternschen Typs als Prämisse gesetzt wird, kann man den Ansatz sogar für ziemlich realistisch halten, weil er ungefähr das wiederzugeben scheint, was sich bei wirtschaftspoliti-

schen Entscheidungen fast regelmäßig abspielt. Eine Reihe von Interessentengruppen kämpft darum, ihre Leitvorstellungen in das nachher für alle verbindliche Programm (Wohlfahrtsfunktion) einzubringen. Beschränkt man auch noch die Zahl der Zielvariablen auf einige eminent wichtige, so könnte man sich wohl an den Versuch wagen, dieses Modell empirisch zu testen.

e) Schluß

Daß es letztlich möglich sein wird, den Vektor $\underline{c}'$ zu bestimmen, dürfte damit gezeigt sein. Fraglich erscheint es jedoch, ob er für das Modell der Programmanalyse noch brauchbar ist. Es ging darum - in kürzester Formulierung - alle denkbaren Zustände der Gesellschaft nach ihrer Bedeutung für die Wohlfahrt zu ordnen und dann aus der Menge der realisierbaren Zustände den optimalen auszuwählen. Im Modell der Programmanalyse sind also Zielfunktion und Beschränkungsbedingungen voneinander unabhängig. Gerade das scheint aber, wenn der Vektor $\underline{c}'$ wie oben beschrieben ermittelt wird, nicht mehr der Fall zu sein; denn man kann mit gutem Grund annehmen, daß Meinungsverschiedenheiten zwischen den einzelnen Gruppen darüber, welches Gewicht dem Wachstumsziel und welches der Geldwertstabilität beizumessen sei, nur deshalb bestehen, weil die Beteiligten wissen, daß beides auf die Dauer nicht zu erreichen sein wird. Bei der Gewichtung der Zielvariablen ziehen sie die Realisierungsmöglichkeiten mit

in Betracht, und je nachdem, wie sie die Realisierungsmöglichkeiten einschätzen, werden sie auch die Wägungsfaktoren festlegen. Man müßte also für jedes System von Beschränkungsbedingungen eine eigene Zielfunktion aufstellen, ein entmutigendes Unterfangen. Daß diese Schwierigkeit mit der wohlfahrtsökonomischen Interpretation der Wirtschaftspolitik zusammenhängt, zeigt klar eine Gegenüberstellung des wirtschaftspolitischen Problems der Programmanalyse mit einem mikroökonomischen.

Das Standardbeispiel für das letztere ist das Gewinnmaximierungsproblem. Der Gewinn ist eine Funktion der Absatzmengen, multipliziert mit den Preisen, die im Fall der vollständigen Konkurrenz als Daten gesetzt, sonst aus der Nachfragekurve abgeleitet werden, die aber niemals von den produktionstechnischen Beschränkungsbedingungen abhängen. Beim wirtschaftspolitischen Problem der Programmanalyse wird die Wohlfahrt maximiert, die eine mit den Wägungsfaktoren multiplizierte Funktion der Zielvariablen ist. Die letzteren entsprechen den Preisen, sie sind aber keine Daten, sondern die Gesellschaft, die ihre Wohlfahrt maximieren will, setzt die "Preise" der "Güter", die insgesamt die Wohlfahrt ausmachen, selber fest, wobei festsetzen noch ein optimistischer Ausdruck ist; denn wenn man die Beschränkungsbedingungen berücksichtigt, muß man auch noch mit verschiedenen Wägungsfaktoren rechnen. So löst sich die Argumentation letztlich in Unbestimmtheit auf,

was darauf zurückzuführen ist, daß man das individualistische Vorurteil mit dem Wohlfahrtsbegriff auf die Gesellschaft übertragen hat. Nur das Individuum weiß, was für es gut ist, und folglich wird es danach handeln, wobei es sich den Wertmaßstab für seine Aktionen selbst vorgibt. Der gleiche Satz gilt nun - bei wohlfahrtsökonomischer Interpretation der Wirtschaftspolitik - auch für die Gesellschaft.

Bisher sind drei Vorschläge für eine Zielfunktion eingeführt worden. Der erste, von Arrow, führte in eine Sackgasse; die beiden anderen wiesen wenigstens die Möglichkeit nach, zu konsistenten Wohlfahrtsfunktionen zu gelangen, basierten aber auf teilweise restriktiven Bedingungen, wie der Annahme eingipfliger Präferenzen und eines strikten Interessengegensatzes zwischen den Gruppen. Darüber hinaus scheint auch nur die logische Möglichkeit einer Wohlfahrtsfunktion aufgezeigt zu sein; mit kaum einem Wort wurde darauf eingegangen, ob die Vorschläge praktikabel sind. Jeglichen Abstimmungsmechanismus, bei dem jedes Individuum, das alle Zustände der Gesellschaft ordnen können soll, nach seinen Präferenzen gefragt wird, kann man unter diesem Gesichtspunkt wohl ausschließen. Das Urteil über den Erklärungsversuch mit Hilfe eines Verhandlungsprozesses zwischen mehreren Gruppen wird dagegen nicht so hart ausfallen. Alle diese Schwächen, die die diskutierten Vorschläge in die Nähe von reinen Gedankenspielerien setzen, beruhen, wie schon mehrfach erwähnt, auf der wohlfahrtsökonomischen Interpretation der Wirtschafts-

politik. Die Beschäftigung mit der Wohlfahrtsökonomik hat es an sich, zu endlosen Grübeleien zu verleiten, was vielleicht kein Wunder ist, wenn man unvoreingenommen darüber nachdenken will, was gut und was schlecht sei. Zieht man irgendwann Bilanz, so stellt man meistens fest, daß man mit leeren Händen dasteht; und man tröstet sich dann gern mit der Versicherung, daß es aber doch eine intellektuell recht reizvolle Angelegenheit gewesen sei.

IV) Die Präferenzfunktion des policy maker

Es scheint also nicht ratsam, diesen Weg weiter zu verfolgen; aber man braucht auch nicht ganz abzuberechnen; denn in einer anderen Richtung gibt es vielleicht ein Weiterkommen. Gemeint ist damit das Ansinnen, als Zielfunktion einfach die Präferenzfunktion des policy maker zu nehmen¹⁾. Damit können wenigstens vorläufig die wohlfahrtsökonomischen Gesichtspunkte außer Acht gelassen werden, was man bedauern mag; denn irgendwie klingt es geradezu suggestiv, Aufgabe oder Ziel der Wirtschaftspolitik sei es, die Wohlfahrt der Gesellschaft zu maximieren.

Die Entscheidung für die Präferenzfunktion des policy maker entspringt sicher pragmatischen Überlegungen und stützt sich auf die These, daß manchmal weniger mehr sei. Mit anderen Worten: Eine mehr oder weniger vergrößernde Not- oder Teillösung ist besser als Nichtstun und fortgesetztes Grübeln über das Wesen der Dinge²⁾.

-
- 1) Frisch, Ragnar; Numerical Determination of a Quadratic Preference Function for use in Macroeconomic Programming, Memorandum fra Universitetets Sosial-økonomiske Institutt, Oslo, 1957.
ders.; Planning for India: Selected Explorations in Methodology, London, Calcutta, 1960, S. 56 ff.
ders.; The Multiplex Method for Linear and Quadratic Programming, Memorandum fra Universitetets Sosial-økonomiske Institutt, Oslo, 1955, S. 1 ff.
van Eijk; Sandee; a.s.o., S. 3 ff.
Theil, H.; On the Theory of Economic Policy, American Economic Review, Bd.46, 1956, S. 364 ff.
ders.; Econometric Models..., a.s.o.
- 2) Zeuthen, Frederik; Science and Welfare in Economic Policy, Quarterly Journal of Economics, Bd. 73, 1954, S. 520 ff.

Dieser Satz ist ohne Frage ein Werturteil, aber ein recht geläufiges, fast schon ein Sprichwort.

Zum andern läßt sich dieses Vorgehen auch aus der Themenstellung rechtfertigen. Gefragt ist nach den Verwendungsmöglichkeiten der Programmanalyse in der Wirtschaftspolitik. Die Programmanalyse ist ein System von mathematischen Leerformen und läßt die Frage nach den Anwendungsgebieten völlig offen¹⁾. Entscheidet man sich für das Gebiet der Wirtschaftspolitik, so kann man diese auch folgendermaßen definieren: Sie ist "son intervention (d.h. des policy maker) délibérée dans le domaine économique pour atteindre ses buts."²⁾ Dann steht der Verwendung der Präferenzfunktion des policy maker nichts mehr im Wege; jedenfalls ist man nicht gezwungen, aus der Tatsache, daß die Wirtschaftspolitik als ein Problem der Programmanalyse aufgefaßt wird, zu folgern, die Zielfunktion könne nur eine Wohlfahrtsfunktion sein. Der Unterschied zur bisherigen Auffassung ist klar. Nach ihr war die Wirtschaftspolitik der Tätigkeitsbereich des policy maker, in dem er die Zielvorstellungen der Gesellschaft ausführte. Jetzt werden die Zielvorstellungen der Gesellschaft durch die des policy maker ersetzt. Beide müssen nicht identisch sein³⁾, aber das ist eine Frage, die erst später behandelt wird⁴⁾.

1) Beckmann, Martin; Lineare Planungsrechnung, Ludwigshafen, 1959, S. 94

2) Bénard; a.a.O., S. 703

3) Lindblom; a.a.O., S. 534

4) Seite 105 ff.

a) Die Bestimmung der Funktion

In derselben Weise wie die Zielvorstellungen der Gesellschaft müssen nun auch die Ziele des policy maker zu einer Funktion zusammengefaßt werden, die dem Maximierungskonzept entspricht, damit die Programmanalyse anwendbar ist. Auch in diesem Zusammenhang wird der Zielkatalog nicht mehr diskutiert. Es scheint so, als ob sich in den westlichen Ländern der zweiten Hälfte des 20. Jahrhunderts eine feste Vorstellung herausgebildet hat, auf welchen Gebieten die Regierungen wirtschaftspolitisch in Aktion treten sollen. Aufgrund dieser allgemeinen Einigkeit ist der normative Charakter dieser Ziele fast in Vergessenheit geraten; denn kaum jemandem fällt es noch ein, sich darüber Gedanken zu machen, ob die Regierung überhaupt Beschäftigungspolitik treiben soll oder nicht. Die Folge ist, daß sich alle Beispiele für Zielkataloge sehr ähneln¹⁾. Der normative Charakter dieser Fragestellungen tritt erst dann wieder zu Tage, wenn es um die Gewichtung der Ziele geht.

Die Argumentation entspricht also derjenigen vom Abschnitt über die Verhandlungstheorie²⁾. Die einzelnen Ziele kann man als gegeben hinnehmen, das Problem liegt darin, die Wägungsfaktoren zu bestimmen, die in diesem Falle auf den Präferenzen des policy maker basieren.

1) Millikan; a.s.O., S. 15 ff.; Kirschen; a.s.O., S. 237 ff. Smithies, Arthur; Economic Welfare and Policy, in: Economics and Public Policy, Brookings Lectures 1954 a.s.O., S. 14 ff.

2) Seite 70 ff.

Es mag auch zuweilen angebracht sein, die Präferenzen nicht nur einer Person, der des policy maker, sondern die eines größeren Kreises von Personen oder Gruppen zu berücksichtigen. Die Gruppen mögen ihre Präferenzen durch Verhandlungen festgelegt haben, realiter kann man dabei an die politischen Parteien und die Interessenverbände denken¹⁾. Für den Fall der Niederlande empfehlen van Eijk und Sandee, bei der Aufstellung der Präferenzfunktion das Kabinett, Vertreter der Interessenverbände, technische Experten und den Social Economic Council heranzuziehen²⁾. Als bester oder vielleicht sogar einzig möglicher Weg, die Wägungsfaktoren zu bestimmen, wird die Interviewtechnik angeführt³⁾. Um einen kurzen Überblick zu geben, soll die Arbeit von Frisch, soweit sie hier interessiert, in den Grundzügen dargestellt werden.

Die Präferenzfunktion sei vergleichbar mit der Nutzenfunktion eines Konsumenten, und deshalb sei es gestattet, ähnlich vorzugehen wie bei der Bestimmung der Konsumentenindifferenzkurven.

Eine Möglichkeit bestehe darin, dem policy maker dichotomische Fragen vorzulegen, d.h. alternative Werte zweier Zielvariablen sollen miteinander verglichen werden, wobei nur die Antworten "ja" und "nein" zugelassen sind. Diese Art der Fragestellung entspräche

1) Klein; a.a.O., S. 22

2) van Eijk; Sandee; a.a.O., S. 3

3) Frisch; Numerical Determination..., a.a.O., S. 4

aber nicht dem üblichen Denken, und deshalb sei es angebracht, Verteilungsfragen zu formulieren. Ein Ganzes (z.B. das Nettosozialprodukt) werde als gegeben angenommen und dann wünsche man zu wissen, wie die befragte Person diesen Gesamtbetrag nach ihren Präferenzen auf verschiedene Untergrößen aufteilen würde. Auf diese Weise sei es möglich, die Präferenzfunktion bis auf ein konstantes Glied vollständig zu bestimmen. Das konstante Glied könne man dann aus einer dichotomischen Frage ableiten. Wo es für angebracht gehalten werde, könne man mit Hilfe der Verteilungsfragen auch die Untergrößen wieder aufspalten; so sei die Präferenzfunktion beliebig desaggregierbar.

Frisch selbst gibt ein Beispiel für seine Methode. Ein prominenter norwegischer Politiker hatte sich ihm als Versuchsperson zur Verfügung gestellt. Die Fragen gingen

	tatsächl. Verteilung 1948		Gewünschte Verteilung, wenn BSP in % von 1948 ausgedrückt wird.			
	in mill. in % Kronen		I	II	III	IV
C_{pr}	15,6	56,7	55,7	57,8	58,9	60,0
C_{St}	2,8	10,2	10,2	10,6	11,1	11,5
BI_{pr+St}	9,5	34,5	32,0	33,0	34,2	35,5
$Ex-M$	-0,4	-1,4	-1,4	-1,4	-0,7	0,0
	27,5	100,0	96,5	100,0	103,5	107,0

C_{pr} = privater Konsum, C_{St} = staatlicher Konsum,
 BI = Bruttoinvestitionen, $Ex-M$ = Exportüberschuß.

dahin, wie dieser Politiker das norwegische Sozialprodukt bei alternativen Gesamtbeträgen auf vier Teilgrößen aufspalten würde. Die Ergebnisse des Interviews sind in der obenstehenden Tabelle zusammengefaßt¹⁾.

In einer weiteren Tabelle wird dann gezeigt, wie nach den Vorstellungen des Politikers die Bruttoinvestitionen für alle vier Fälle (I - IV) noch weiter aufgeteilt werden sollen. Aus diesen Angaben werden dann mit Hilfe der Regressionsanalyse die numerischen Werte für die Präferenzkoeffizienten abgeleitet. Offensichtlich hatte Frisch das Glück, einen aufgeschlossenen Politiker gefunden zu haben, der sich geduldig eine Serie von Fragen vorlegen ließ. Das wird aber wohl nicht der Regelfall sein. Unter ungünstigeren Umständen ist man darauf angewiesen, fiktive Interviews durchzuführen. Aus Regierungserklärungen, Parteiprogrammen und sonstigen Äußerungen lassen sich vielleicht hinreichende Informationen über die Präferenzen des policy maker gewinnen, so daß der "Interviewer" die Fragen näherungsweise selbst beantworten kann; mit einem Wort, "the presumable outcome of a real interview must be forecast".²⁾

b) Formale Eigenschaften

1) Verlauf

Da die Koeffizienten mit der Regressionsanalyse be-

1) Frisch; Numerical Determination..., a.a.O., S. 6

2) van Eijk; Sandee; a.a.O., S. 4

stimmt werden, ist eine Hypothese über den Verlauf der Zielfunktion erforderlich. Generell wird angenommen, sie sei nichtlinear und stetig. Die partiellen Ableitungen hängen nur von den betreffenden Variablen ab ($\frac{dF}{dy_i}$, $i=1, \dots, I$)¹⁾. Die Prämisse der Nichtlinearität wird mit dem Prinzip des sinkenden Grenznutzens (hier des policy maker) begründet. Mit wachsenden Werten der Zielvariablen strebt die Präferenzfunktion einem Sättigungspunkt zu, es ist der Punkt der absoluten "Befriedigung" des policy maker. Der Zuwachs an "Befriedigung" nimmt ständig ab, je weiter man sich dem Sättigungspunkt nähert. In seinem Beispiel schlägt Frisch zwei Typen vor:

$$(B.20) \quad F(y_1, \dots, y_I) = \sum_{i=1}^I (d_i y_i + \frac{1}{2} k_i y_i^2),$$

$$(B.21) \quad F(y_1, \dots, y_I) = \sum_{i=1}^I (d_i y_i + \frac{1}{2} k_i y_i^2 + \frac{1}{3} g_i y_i^3).$$

Seine Berechnung führt er aber nur für die Funktion (B.20) durch. Weiter gibt er noch zwei Kriterien an, ob man Linearität annehmen kann oder nicht²⁾.

a) Ist mehr als eine der Teilgrößen, die im Rahmen des Interviews durch Aufspaltung einer gegebenen konstanten Gesamtgröße (im Beispiel das norwegische Sozialprodukt) gewonnen werden, von der Ober- oder Untergrenze dieser Variablen, die ebenfalls im Interview festgelegt werden, verschieden und sind die Teilgrößen wohlbestimmt, - die Antworten auf die Interviewfragen enthalten keine

1) Hier F zur Unterscheidung von w.

2) Frisch; Numerical Determination..., s.s.O., S.9-10

Freiheitsgrade -, dann kann die Präferenzfunktion des Befragten nicht linear sein.

Die Begründung liegt darin, daß der optimale Punkt der linearen Programmanalyse auf der Begrenzung des zulässigen Bereichs liegt. Mit anderen Worten, wenn der optimale Punkt keine Freiheitsgrade enthält, wie in Bedingung a) unterstellt wird, dann liegen ebensoviele Variablen genau an ihrer jeweiligen Ober- oder Untergrenze wie das Interview Freiheitsgrade hat. In einem Interview sind aber alle Variablen frei bis auf eine, wenn nämlich das Problem von einer Bilanzgleichung ausgeht. Im zitierten Beispiel müssen sich die Teilgrößen C_{pr} , C_{St} , BI_{pr+St} und (Ex-M) zur Gesamtgröße, dem norwegischen Sozialprodukt, ergänzen.

b) Sind die Beschränkungsbedingungen in einem Interview für alle Variablen nur durch die Nichtnegativitätsbedingung definiert und liegt der optimale Punkt in einem endlichen Abstand vom Koordinatenursprung und ist ohne Freiheitsgrade in den Antworten wohlbestimmt, dann kann die Präferenzfunktion des Befragten nicht linear sein.

Beispiele für Präferenzfunktionen, die nach dieser Methode ermittelt wurden, findet man bei Frisch und van Eijk und Sandee¹⁾.

1) Frisch; A Numerical Example of a Linear Programming Problem, Memorandum fra Sosialøkonomiske Institutt, Oslo, 1958, S. 3
ders.; Numerical Determination..., a.a.O., S. 33
van Eijk; Sandee; a.a.O., S. 6

2) Vorzeichenfrage

Die Frage nach den Vorzeichen der Präferenzkoeffizienten bedarf nun noch der Klärung. Wegen des Prinzips des sinkenden Grenznutzens wird angenommen $k_i < 0$, ($i=1, \dots, I$). Was die d_i angeht, so wird behauptet, daß über die Vorzeichen keine generellen Aussagen möglich seien; sie können sein $d_i > 0$, $d_i = 0$ und $d_i < 0$ ¹⁾.

Ein Beispiel findet man bei Theil: Der policy maker müsse auch die Unterbeschäftigung in seine Präferenzfunktion einbeziehen, und da diese Variable aller Erfahrung nach einen negativen Einfluß auf die Wohlfahrt oder Befriedigung des policy maker ausübe, müsse sie mit einem negativen Koeffizienten versehen werden²⁾.

Dieser Schwierigkeit kann man leicht entgehen, indem man ganz neutral nur eine Beschäftigungsvariable mit positivem Koeffizienten unterstellt. Geht die Beschäftigung zurück, gerät man bis in den Bereich der Unterbeschäftigung, so wird der negative Einfluß schon dadurch ausgedrückt, daß einem geringeren numerischen Wert der Beschäftigungsvariablen auch ein geringerer Wert der Präferenzfunktion entspricht.

Noch aus anderen Überlegungen heraus könnte man über die Vorzeichen Zweifel hegen. Greift man als Beispiel wieder die Beschäftigungsvariable heraus, so wird es

1) Frisch; Principles of Linear Programming, Memorandum fra Sosialøkonomske Institutt, Oslo, 1954, S. 7
2) Theil; On the Theory..., s.s.O., S. 366

eine plausible Hypothese sein, wenn man annimmt, daß der Koeffizient bis zur Vollbeschäftigungsgrenze positiv ist. Wie stehen aber die Dinge, wenn man in eine Situation der Überbeschäftigung gerät, die man nicht ausschließen kann, da es sich um eine monetäre Variable handelt. Es wird argumentiert, daß in einem solchen Fall der Koeffizient der Beschäftigungsvariablen negativ sein müsse, weil eine weitere Zunahme der Beschäftigung nur negativ wirken könne¹⁾. Hinter dieser Argumentation steht sicher die Erfahrungstatsache, daß Überbeschäftigung nur auf Kosten eines sinkenden Geldwertes möglich ist, um nur das Paradebeispiel zu nennen; Zahlungsbilanzprobleme sind auch denkbar. Folgt man diesem Vorschlag, so gilt nicht mehr, daß die partiellen Ableitungen $\frac{dF}{dy_i}$, ($i=1, \dots, I$), nur von der jeweiligen Variablen abhängen. Man müßte eine andere Präferenzfunktion zugrunde legen. Zum andern bedeutet es wieder eine Beeinflussung der Präferenzfunktion durch die Beschränkungsbedingungen, wenn die Beziehung zwischen Beschäftigung und Geldwert die Vorzeichen bestimmt. Denn nur wenn man aus den Beschränkungsbedingungen weiß, - man kann sie sich als eine Art von Transformationskurven denken -, daß von einem gewissen Punkt an eine Zunahme der Beschäftigung nur bei sinkendem Geldwert möglich ist, kann man die Überbeschäfti-

1) van Eijk; Sandee; a.a.O., S. 6-7

gung negativ bewerten; streng genommen darf es also gar kein Problem um die Vorzeichenfrage geben.

Daß es sich dennoch stellt, liegt an der allzu vereinfachenden Hypothese über die Form der Präferenzfunktion. Man befindet sich hier in der hinreichend bekannten Lage, in der man bei den Prämissen sehr großzügig sein muß. Einen "vernünftigen" Kompromißvorschlag haben van Eijk und Sandee gemacht¹⁾. Sie betrachten nur lineare Segmente der Präferenzfunktion²⁾, wobei man die Segmente situationsgebunden interpretieren kann. Nimmt man das Segment, das die Situation an der Grenze von Voll- zur Überbeschäftigung beschreibt, so läßt sich die negative Wirkung, die eine weitere Entwicklung in Richtung Überbeschäftigung hervorriefe, durch einen negativen Koeffizienten der Beschäftigungsvariablen ausdrücken, die man speziell für das eine Segment auch Überbeschäftigungsvariable nennen könnte.

Der andere Einwand, daß hier vielleicht schon in unzulässiger Weise Überlegungen in die Zielfunktion eingehen, die eigentlich in die Beschränkungsbedingungen gehören, ist nicht so leicht zu entkräften. Wenn die Beschränkungsbedingungen für den policy maker Informationen enthalten, die seine Präferenzen zwischen den Zielvariablen beeinflussen, so wäre es wirklichkeitsfremd, diese Tatsache mit dem Hinweis, daß eine solche

1) van Eijk; Sandee; a.a.O., S. 7

2) Siehe auch Seite 97

Denkweise nicht dem mathematischen Modell entspreche, aus der Welt zu schaffen. Man könnte daran denken, die Präferenzfunktion nur für den zulässigen Bereich $\bar{X}$ zu definieren. Wie später noch zu zeigen sein wird¹⁾, besteht aber eine starke Vermutung dafür, daß bei dem wirtschaftspolitischen Problem der zulässige Bereich seinerseits von der Zielfunktion abhängt, was ein solches Vorgehen ausschließt. Am aussichtsreichsten erscheint auch hier der pragmatische Ansatz von van Eijk und Sandee, die Zielfunktion in linearen Segmenten zu bestimmen, weil sich die oben genannten Probleme bei einem begrenzten Geltungsbereich der Zielfunktion lösen lassen.

3) Die lineare Approximation

Ergibt sich zwar die Hypothese einer nichtlinearen Präferenzfunktion aus dem Erfordernis, die Präferenzen des policy maker möglichst genau zu erfassen, so ist aber damit ihre Verwendung als Zielfunktion in der linearen Programmanalyse nicht ausgeschlossen. Man bedient sich wieder der Methode der linearen Approximation²⁾. Und zwar wird die Präferenzfunktion, wie schon erwähnt, durch lineare Segmente approximiert, man ersetzt die stetig gekrümmte Oberfläche (Funktion) durch eine Reihe von Hyperebenen, die ähnlich wie die Beschränkungsbe-

1) Seite 143 ff.

2) Frisch; Numerical Determination..., a.a.O., S. 10

dingungen einen konvexen Polyeder bilden¹⁾. Die Begrenzungen der Segmente müssen ebenfalls durch Befragten festgestellt werden, da sie von den Präferenzen des policy maker abhängen. Sie geben an, welchen Preis in Form von Abweichungen von der "wahren" Zielfunktion der policy maker für eine Erleichterung der Rechenarbeit zu zahlen bereit ist. Die Präferenzfunktion für das j-te Segment lautet dann

$$F^{(j)} = c_1^{(j)} y_1 + \dots + c_I^{(j)} y_I,$$

wobei gilt:

$$y_{i,\min}^{(j)} \leq y_i \leq y_{i,\max}^{(j)} \quad ((i=1,\dots,I), (j=1,\dots,p)).$$

Da angenommen wurde, daß die partiellen Ableitungen nur von der betreffenden Variablen abhängen, besteht der Übergang von einem Segment zum anderen einfach darin, daß genau ein Koeffizient geändert wird²⁾.

c) Exkurs: Die Präferenzfunktion bei eingeschränkter Rationalität

1) Begriff der eingeschränkten Rationalität

Die bisherigen Ansätze für eine Zielfunktion folgten alle dem strengen Maximierungskonzept, was zwar bestens den Erfordernissen der Programmanalyse entspricht, aber nicht unbedingt realistisch sein muß. Gerade in jüngerer Zeit wurde die Maximierungsvorstellung, die auf vollständiger Rationalität beruht, kritisiert, und man

1) van Eijk; Sandee; a.a.O., S. 3

2) ebd.; S. 4

brachte Gegenvorschläge, die sich als Modelle der eingeschränkten Rationalität bezeichnen lassen. Der Haupteinwand zielt darauf, daß der Mensch nicht nach optimalen Lösungen strebe, sondern schon mit guten, oder - um das Schlagwort zu gebrauchen - "befriedigenden" zufrieden sei¹⁾. Ein Entscheidungsproblem wird dann folgendermaßen definiert²⁾. Man suche eine Untermenge $\underline{Z}'$ der Menge aller Lösungen $\underline{Z}$, $\underline{Z}' \subset \underline{Z}$, mit der Eigenschaft, daß alle Elemente in $\underline{Z}'$ befriedigend sind. Dann wähle man eine Strategie a aus der Menge aller zur Verfügung stehenden Strategien $\underline{A}^0$, $a \in \underline{A}^0$, mit der Eigenschaft, daß die Menge aller Ergebnisse (d.h. Lösungen) $\underline{Z}_a$ von a eine Untermenge von $\underline{Z}'$ ist, $\underline{Z}_a \subset \underline{Z}'$. Man mag mit der psychologischen Begründung für diesen Ansatz zufrieden sein, er rechtfertigt sich aber auch aus der Prämisse unvollständiger Information³⁾, die darin zum Ausdruck kommt, daß bei jeder Strategie mit mehreren Ergebnissen gerechnet werden muß.

2) Ein wirtschaftspolitisches Modell bei eingeschränkter Rationalität

So sei nun auch die Denkweise des policy maker. Er habe keine vollständige Präferenzfunktion, sei auch gar nicht in der Lage, alle Zustände der Gesellschaft zu

1) Simon, Herbert A.; A Behavioral Model of Rational Choice, in: Simon, H.; Models of Man, New York, 1957, S. 249-50

2) ebd., S. 248

3) ebd., S. 246

ordnen¹⁾, sondern er bestimme Mindestwerte für die relevanten Zielvariablen, d.h. er wähle einen Zustand aus, der für ihn ein befriedigendes Ergebnis darstelle²⁾.

Dieser Ansatz entspricht nun eher Tinbergens fixed target policy, die prinzipiell für die Anwendung der Programmanalyse keinen Raum läßt. Geht man einen kleinen Umweg, so zeigt sich, daß auch in diesem Rahmen mit der Programmanalyse gearbeitet werden kann.

Zu diesem Zweck muß der allgemeine Ansatz des ersten Abschnittes abgeändert werden³⁾. Bisher wurde unterstellt, daß zwischen Zielen und Instrumenten ein eindeutiger Zusammenhang besteht. Jedem H-Tupel $\underline{z}$ entsprach ein und nur ein I-Tupel $\underline{y}$. Diese Voraussetzung gilt nicht mehr; jedem H-Tupel $\underline{z}$ wird eine Menge von Ergebnissen $\underline{S}$ zugeordnet, deren Elemente verschiedene I-Tupel $\underline{y}$ sind. $\underline{S}'$ sei die Menge aller Untermengen von $\underline{S}$. Daß keine strenge Relation mehr zwischen Instrumenten und Zielen besteht, wird durch die Abbildung

$$(B.22) \quad f : \underline{Z} \longrightarrow \underline{S}'$$

ausgedrückt. Jedem $\underline{z} \in \underline{Z}$ entspricht unter f eine Menge von Ergebnissen

$$(B.23) \quad \underline{S}_{\underline{z}} = f(\underline{z}), \underline{S}_{\underline{z}} \subset \underline{S}, \underline{S}_{\underline{z}} \in \underline{S}'.$$

Die Abbildung f kann zweifach interpretiert werden. Man

1) Fréchet; a.s.O., S. 704

2) Papandreou; Fundamentals..., a.s.O., S. 83

3) ebd., S. 79 ff.

kann unter ihr die Erwartung oder den Glauben des policy maker verstehen, mit anderen Worten, subjektive Wahrscheinlichkeiten. Es ist aber auch möglich, einen stochastischen Zusammenhang zwischen Zielen und Instrumenten anzunehmen. Man hat dann

$$(B.24) \quad \underline{S}_z = \{ \underline{y} : G(\underline{z}, \underline{y}, p) = 0 \}^1),$$

wobei p für die stochastische Komponente steht.

Die Präferenzfunktion für die Ergebnisse besteht darin, daß nur zwischen befriedigenden und unbefriedigenden Ergebnissen unterschieden wird. Die Präferenzrelation wird durch die Abbildung w' gegeben

$$(B.25) \quad w' : \underline{S} \longrightarrow \{0, 1\}.$$

Mit anderen Worten, $\underline{S}$ wird in zwei komplementäre Untermengen aufgespalten.

$$(B.26) \quad \underline{S}_1 = \{ \underline{y} : w'(\underline{y}) = 1 \},$$

die befriedigenden Ergebnisse, und

$$(B.27) \quad \underline{S}_2 = \{ \underline{y} : w'(\underline{y}) = 0 \},$$

die unbefriedigenden Ergebnisse. Nimmt man an, der policy maker habe anhand seiner Präferenzfunktion ein befriedigendes $\underline{y}$ bestimmt, dann ist es entscheidend, ob dieses $\underline{y}$ in den zulässigen Bereich $\underline{X}$ fällt. Wenn ja²⁾,

-
- 1) van den Bogaard, P.; Theil, H.; Macrodynamic Policy-Making: An Application of Strategy and Certainty Equivalence Concepts to the Economy of the United States, 1933-36, Metroeconomica, Bd.11, 1959, S.156
 2) Kriterium dafür bei Papandreu; Fundamentals..., s.s.O., S. 86 ff.

dann hat man das bekannte fixed target policy Problem. Im gegenteiligen Fall gibt es zwei Möglichkeiten. Der policy maker kann seine Präferenzfunktion oder sein Anspruchsniveau¹⁾ in w' umändern, und zwar in der Weise, daß

$$\begin{aligned} w'(\underline{y}_i) &= 0, \\ w''(\underline{y}_i) &= 1, \underline{y}_i \in \underline{X}^+, \end{aligned}$$

gilt. Er kann aber auch das $\underline{y}$ in $\underline{X}^+$ suchen, das $\underline{y}$ am nächsten kommt.

Damit ist man aber an den Punkt gelangt, wo die Programmanalyse weiterhelfen kann. Die Differenz zwischen befriedigendem und tatsächlich möglichem Zustand der Gesellschaft soll minimiert werden. Das Problem lautet²⁾:

$$\begin{aligned} (B.28) \quad r &= w^+(\bar{\underline{y}}), \text{ mit} \\ \bar{\underline{y}} &= \underline{y} - \underline{y}, \underline{y} \in \underline{X}^+ \\ w^+(\bar{\underline{y}}) &\longrightarrow \min! \end{aligned}$$

In gewisser Weise wird damit der einfache Simon-Ansatz mit der Präferenzfunktion $w' : \underline{S} \rightarrow \{0, 1\}$ verlassen; denn $w^+(\bar{\underline{y}}) \longrightarrow \min!$ besagt doch zumindest, daß der policy maker alle Zustände im zulässigen Bereich auf ihren Abstand von einem befriedigenden Zustand hin ordnen kann. Dennoch mag man in dieser Problemstellung einen Fortschritt sehen, vor allem für die Anwendung in der Praxis; denn eine vollständige Ordnung wird nur

1) Simon; a.a.O., S. 246

2) Papandreou; Introduction..., a.a.O., S. 110

für die Zustände im zulässigen Bereich verlangt.
Außerdem ist hier das kritisierte Denken in Extrem-
werten zweitrangig, da es nur zum Tragen kommt,
wenn $\underline{y} \neq \underline{x}$.

3) Ein Beispiel

Zur Veranschaulichung soll noch kurz ein konkretes
Beispiel für eine derartige Zielfunktion gegeben wer-
den. Van den Bogaerd und Theil¹⁾ haben für ein Modell
von L.Klein²⁾ ein solches Problem durchgerechnet;
hier interessiert allerdings nur die Zielfunktion.
Sie lautet allgemein

$$(B.29) \quad E(\underline{y} - \underline{y}) \longrightarrow \min!$$

Der Erwartungswert wird minimiert, da es sich um sto-
chastische Relationen handelt³⁾; die Beschränkungsbe-
dingungen werden also geschrieben als

$$(B.30) \quad \underline{y} = \Pi \underline{z} + \underline{p},$$

wobei Π die Matrix der Parameter in reduzierter Form
und $\underline{p}$ eine Zufallsvariable ist. Als befriedigender
Zustand wird eine bestimmte Kombination von drei Ziel-
variablen ($C_t^{(o)}$, $I_t^{(o)}$, $D_t^{(o)}$) und drei Instrumentalva-
riablen ($W_{2t}^{(o)}$, $T_t^{(o)}$, $G_t^{(o)}$) für einen bestimmten Zeit-
punkt definiert⁴⁾, mit C = Konsum, I = Nettoinvestiti-
onen, $D = W_1 - 2P$, W_1 = Löhne in der Privatindustrie,

1) van den Bogaerd; Theil; a.a.O., S. 149 ff.

2) Klein, Lawrence; Economic Fluctuations in the United States, 1921-1941, New York, London, 1950, S.58-80

3) Theil, H.; Optimal Decision Rules for Government and Industry, Amsterdam, 1964, S. 78 ff.

4) Die dynamischen Aspekte werden hier vernachlässigt.

P = Gewinne, W_2 = Löhne, die vom Staat gezahlt werden, T = Steuern, G = Staatsausgaben an Gütern und Dienstleistungen, einschließlich des Zahlungsbilanzüberschusses. Der Index "(o)" gibt an, daß es sich um die befriedigenden Werte der Ziel- und Instrumentalvariablen handelt.

Dabei steht nun fest, daß diese Kombination nicht realisierbar ist. Hier liegt sicherlich ein kleiner Unterschied zur bisherigen Darstellung; denn Instrumentalvariablen wurden in der Zielfunktion nicht berücksichtigt. Dennoch ergibt sich nichts grundsätzlich Neues; denn es ist sehr gut denkbar, daß eine befriedigende Kombination von Zielvariablen gesetzt wird, die auch ohne bestimmte Werte für die Instrumentalvariablen nicht zu realisieren ist.

Bezeichnet man die tatsächlich möglichen Werte für die Zielvariablen und die Instrumente, die durch Prognosen gewonnen werden, mit C_t , I_t , D_t , W_{2t} , T_t und G_t , dann werden folgende Summen definiert:

$$(B.31) \quad O = ((C_t - C_t^{(o)})^2 + (I_t - I_t^{(o)})^2 + (D_t - D_t^{(o)})^2) \text{ und}$$

$$(B.32) \quad Q = ((W_{2t} - W_{2t}^{(o)})^2 + (T_t - T_t^{(o)})^2 + (G_t - G_t^{(o)})^2).$$

Die Zielfunktion ist dann

$$(B.33) \quad E(Q + O) \longrightarrow \min!$$

Diese Funktion ist nicht linear, da die Quadrate der Abweichungen genommen werden; sie wird deshalb durch lineare Segmente approximiert¹⁾.

1) van den Bogaard; Theil; a.a.O., S. 166
Dantzig, George B.; Lineare Programmierung und Erweiterungen, übersetzt von: Jaeger, A., Berlin, Heidelberg, New York, 1966, S. 570

V) Wohlfahrtsfunktion - Präferenzfunktion

Zum Schluß sind noch einige Überlegungen darüber anzustellen, wie die Wohlfahrtsfunktion und die Präferenzfunktion zueinander stehen. Geht man von der These aus, das Ziel des policy maker sei es, seinen Stimmenanteil bei Wahlen zu maximieren¹⁾, d.h. an der Macht zu bleiben, so läßt sich unter bestimmten Voraussetzungen zeigen, daß man bei der Verwendung der Präferenzfunktion den Boden der Wohlfahrtsökonomik nicht ganz verlassen muß. Denn um an der Macht zu bleiben, ist es für den policy maker erforderlich, mindestens 51% der Stimmen auf sich zu ziehen; d.h. er muß seine Wirtschaftspolitik so gestalten, daß sich dieses ihm günstige Wahlergebnis einstellt. Da nun aber seine Präferenzfunktion sein wirtschaftspolitisches Programm enthält, wird sie einer Wohlfahrtsfunktion ähneln, die bei eingipfligen Präferenzen nach der Mehrheitsregel formuliert wurde.

Streng genommen müssen diese beiden Funktionen sogar gleich sein, da sonst bei der geringsten Abweichung eine beliebige Oppositionspartei die Möglichkeit hat, ein Programm anzubieten, welches den Präferenzen der Wähler noch besser entspricht²⁾. Die Voraussetzungen, die hier gemacht wurden, sind gerade die, welche die ganze Wohlfahrtsökonomik bestimmen: Vollständige Information, d.h. die Präferenzen aller Wähler sind

1) Downs, Anthony; An Economic Theory of Democracy, New York, 1957, S. 164 ff.; Harding, Fred; Politisches Modell zur Wirtschaftstheorie, Freiburg, 1959, S. 84 ff.; Giersch; a.a.O., S. 239 ff.

2) Downs; a.a.O., S. 178

bekannt, und strikte Rationalität, die Wähler können alle denkbaren Zustände der Gesellschaft ordnen und handeln danach. Dann macht es keinen Unterschied, ob man mit der Präferenzfunktion oder der Wohlfahrtsfunktion arbeitet.

Daß aber in der Literatur so scharf zwischen beiden Funktionen unterschieden wird, hat seinen Grund darin, daß man für die Präferenzfunktionen nicht derartig strenge Prämissen braucht. Die oben genannte Argumentation beruht nämlich ganz entscheidend auf einer bestimmten Auffassung von der Natur der Wahlen. Der policy maker wird gewählt, weil er das beste Programm anbietet und nicht um seiner Person willen. Gerade diese Ansicht wird aber bestritten¹⁾, zumindest behauptet man, daß sich beide Aspekte, Sach- und Personenfragen, mischen²⁾. Folgt man der ersten These, so ergibt sich kaum noch ein Zusammenhang zwischen Wohlfahrtsfunktion und Präferenzfunktion; ja streng genommen gibt es keine wirtschaftspolitische Wohlfahrtsfunktion mehr, da die Wähler keine Präferenzen unter den Zuständen der Gesellschaft haben, zumindest verzichten sie darauf, diese auszudrücken. Wohlfahrtsökonomische Aspekte bilden bei ihrem Verhalten höchstens einen untergeordneten Gesichtspunkt. Die Wähler wollen ein Maximum an individueller Wohlfahrt, haben aber nicht die erforderlichen Informationen, um ihre individuellen Ziele mit gesamt-

1) Lindblom; a.a.O., S. 534

2) Unkelbach, Helmut; Wildemann, Rudolf; Kaltefleiter, Werner; Wähler, Parteien, Parlament, Frankfurt/M., Bonn, 1965, S. 12

wirtschaftlichen verbinden zu können, und deswegen richten sie ihre Entscheidung fast ausschließlich nach persönlicher Sympathie, was von den Ökonomen oft als irrationales Verhalten bezeichnet wird.

Die zweite Auffassung mag, wie die meisten Kompromisse, der Realität näher kommen. Nach ihr haben die Wähler Präferenzen für bestimmte wirtschaftspolitische Ziele, und der policy maker darf in seinem Streben nach Stimmenmaximierung diese nicht völlig außer Acht lassen.

Berücksichtigt man noch die Tatsache, daß nur in bestimmten zeitlichen Abständen gewählt wird, so ergibt sich wahrscheinlich das folgende, hinreichend bekannte Bild. Im Wahljahr wird der policy maker seine Präferenzfunktion stark nach den Präferenzen der Wähler ausrichten, er wird eine Politik der "Wahlgeschenke" betreiben. In der Zwischenzeit wird er dagegen die sogenannten "unpopulären" Maßnahmen ergreifen¹⁾. Der Grund dafür mag sein, daß die Wähler überhaupt nicht oder erst später erkennen können, was für sie gut ist²⁾.

Auf jeden Fall gilt nicht mehr die grundlegende Prämisse der Wohlfahrtsökonomik, daß nur das Individuum selber weiß, was ihm frommt. Nach der Arrowschen Diktion ähnelt die Präferenzfunktion in diesem Fall einer oktroyierten Wohlfahrtsfunktion.

Die Präferenzfunktion ist also eine schwächere Lösung für die Zielfunktion als die Wohlfahrtsfunktion. Im weiteren Verlauf der Arbeit soll sie die Zielfunktion

1) Giersch; a.a.O., S. 241

2) Lindblom; a.a.O., S. 534

abgeben, da sie nicht so strenge Prämissen erfordert. Einwände dagegen sind schlecht denkbar; denn, um es zu wiederholen, in der Arbeit geht es nur um die Anwendungsmöglichkeiten der Programmanalyse in der Wirtschaftspolitik. Die Wirtschaftspolitik ist einfach definiert als der Bereich der staatlichen wirtschaftlichen Aktivität. Die beiden erwähnten Zielsetzungen - Stimmenmaximierung und Wohlfahrtsmaximierung - für diese Aktivität scheinen sich auch nicht zu widersprechen. Ist es möglich, eine Wohlfahrtsfunktion zu formulieren, so folgt aus der Stimmenmaximierungshypothese, daß der policy maker die Wohlfahrtsfunktion maximiert. Liegen die Prämissen anders, vielleicht realistischer, so daß nach dem heutigen Stand der Forschung eine Wohlfahrtsfunktion nicht aufgestellt werden kann, dann drückt die Präferenzfunktion nur noch das Stimmenmaximierungsziel aus. Von einer wohlfahrtsökonomischen Interpretation, wie sie die Theorie entwickelt hat, muß man dann allerdings Abstand nehmen.

Die Präferenzfunktion wird nur dann zu einem untauglichen Instrument, wenn man an einen irrationalen policy maker gerät. Das ist nun ein unwahrscheinlicher Fall; denn ein Argument für die Präferenzfunktion in der Literatur ist, daß sich gerade Politiker auf diesem Gebiet besonders auszeichnen¹⁾. Will man auch diese Möglichkeit mit in Betracht ziehen, so wird man vielleicht einen Ausweg finden in der Annahme, daß sich der policy maker durch Berater helfen lassen kann.

1) Theil; On the Theory..., a.a.O., S. 364

C) Die Beschränkungsbedingungen

I) Klassifizierung der Beschränkungsbedingungen

Der zweite größere Abschnitt dieser Arbeit besteht in einigen Überlegungen über die Natur der Beschränkungsbedingungen. Alles, was bisher über sie gesagt wurde, läßt sich in dem einen Satz zusammenfassen, daß die Beschränkungsbedingungen dafür sorgen, daß die jeweilige Zielfunktion nur einen begrenzten Bereich von Werten annehmen kann. Der Satz ist einleuchtend und zugleich fest nichtssagend; die folgenden Bemerkungen sind also als Erläuterungen dieses Satzes zu verstehen.

a) Ökonomisch-technische Beschränkungsbedingungen

Die erste Gruppe von Beschränkungsbedingungen sind die ökonomisch-technischen. Damit soll zum Ausdruck gebracht werden, daß es in der Natur eines jeden Wirtschaftssystems liegt, daß die Möglichkeiten, die Zielvorstellungen der Gesellschaft oder des policy maker zu erfüllen, begrenzt sind. Ihren augenfälligsten Ausdruck erfahren diese Zusammenhänge in den Zielkonflikten.

Da die Diskussion über die Zielkonflikte seltsamerweise immer im zweidimensionalen Raum geführt wird - das bekannte "magische" Dreieck bildet eine Ausnahme -, sei im folgenden als Zielfunktion $F = F(y_1, y_2)$ unterstellt. Die zwei Ziele können dabei sein: Wachstum und Preisstabilität¹⁾, Wachstum und gleichmäßige Einkommensver-

1) Bombach, Gottfried; Taktik und Strategie in der Wirtschaftspolitik, Kyklos, Bd.20, 1967, S. 108

teilung¹⁾, Preisstabilität und hoher Beschäftigungsgrad²⁾, Preisstabilität und gleichmäßige Verteilung³⁾, Wachstum und Konjunkturstabilisierung⁴⁾ usw. Definiert man einen irgendwie gearteten Realisierungsgrad der Ziele, so heißt es allgemein, daß über einen gewissen Bereich für jedes Paar beide Realisierungsgrade zunehmen können. Es kommt aber ein Punkt, an dem dieses nicht mehr gilt. Es ist dann nur noch möglich, ein Ziel auf Kosten des anderen zu verfolgen. Gerade diese Situation, in der man zur Wahl zwischen zwei Zielen gezwungen ist, ist ein Zielkonflikt. Sie hat ihren Grund darin, daß eine Relation

$$(C.1) \quad \Psi(y_1, y_2) = 0$$

zwischen je zwei Zielen besteht⁵⁾, und die aussagt, daß nur Kombinationen von Zielvariablen möglich sind, die der Relation genügen. Zur Veranschaulichung kann man die Konzepte der Transformationskurven und der opportunity costs benutzen. Die Beziehung $\Psi(y_1, y_2) = 0$ ergibt eine Transformationskurve, die anzeigt, wie weit man y_2 bei vorgegebenem Realisierungsgrad von y_1 verfolgen kann und umgekehrt⁶⁾. Befindet man sich auf einem Punkt der Transformationskurve und will man den Reali-

1) Smithies; a.s.O., S. 19

2) Samuelson, Paul A.; Full Employment versus Progress and other Economic Goals, in: Income Stabilization for a Developing Democracy, a.s.O., S. 563

3) ebd.; S. 564-65

4) ebd.; S. 568

5) Theil; Econometric Models..., a.s.O., S. 71

6) Weckstein, Richard; Welfare Criteria and Changing Tastes, The American Economic Review, Bd. 52, 1962, S. 144-45

sierungsgrad von y_1 erhöhen, so bestimmen die opportunity costs, wieviel "Einheiten" von y_2 die Zunahme in y_1 kostet. Diese Argumentation gilt auch für den I-dimensionalen Fall; man erhält dann im I-dimensionalen Raum eine Transformationshyperebene

$$(C.2) \quad \Psi(y_1, \dots, y_I) = 0.$$

Daß derartige Untersuchungen sich meist im zweidimensionalen Raum bewegen, mag daran liegen, daß die verbeale Darstellungsweise bei komplexeren Problemen versagt.

Man kann nun noch einen Schritt weiter zurückgehen und die Relation $\Psi(y_1, y_2) = 0$, oder allgemeiner

$\Psi(y_1, \dots, y_I) = 0$, ökonomisch interpretieren. Es scheint drei Sachverhalte zu geben, die in dieser Relation dargestellt werden. Der einfachste liegt wohl in den schon erwähnten Identitätsbeziehungen¹⁾. Um ein Beispiel zu wiederholen: Je mehr konsumiert wird, desto weniger kann, grob gesagt, akkumuliert werden.

Dem wirtschaftspolitischen Denken näher liegt die zweite Interpretation, daß nämlich das wirtschaftspolitische Instrumentarium begrenzt ist und deshalb nur bestimmte Kombinationen der Zielvariablen realisiert werden können. Nimmt man zum Beispiel die Staatsausgaben, für die ein Gesamtbetrag festgelegt sein mag, so ist die Situation denkbar, daß die für das Ziel y_1 verfügbaren Mittel beschränkt sind, weil für das Ziel

1) Seite 14 ff.

y_2 schon eine bestimmte Summe verplant wurde. Diese Argumentation gilt aber nur bei völlig neutralen Zielen, wofür sich allerdings kaum Beispiele anführen lassen. Man könnte an Staatsausgaben zur Konjunkturbelebung und zur Strukturverbesserung denken. Wenn man aber genauer hinschaut, fällt es gar nicht schwer, den Staatsausgaben zur Strukturverbesserung als Nebenwirkungen auch beschäftigungspolitische Effekte zuzuschreiben.

Der Hauptgrund für das Bestehen der oben genannten Relation scheint in der Wirkungsweise des wirtschaftspolitischen Instrumentariums zu liegen, die man mit den Verhältnissen der Kuppelproduktion vergleichen kann, wobei allerdings im wirtschaftspolitischen Bereich überwiegend eine negative Korrelation zwischen den "Produkten" anzunehmen ist. Fördert man durch Staatsausgaben das Wachstum, so wird man damit gleichzeitig, wenigstens von einem gewissen Punkt an, ein steigendes Preisniveau "produzieren", was in der Regel als unerwünscht gilt. Dieser Zusammenhang drückt sich im System der reduzierten Form in positiven und negativen Koeffizienten für die einzelnen Instrumente aus¹⁾. Es scheint nun etwas vordergründig, dieses Phänomen auf die Wirkungsweise der Instrumente zurückzuführen; letztlich werden die Verhaltensweisen der Wirtschaftssubjekte für diesen Sachverhalt verantwortlich sein. Der Grund dafür, daß ein Instrument so und nicht anders wirkt, liegt wohl immer im Verhalten der Wirtschaftssubjekte.

1) Siehe Seite 137 ff.

Wie später noch zu zeigen sein wird¹⁾, setzen sich dann auch die Koeffizienten der reduzierten Form aus den Parametern der verschiedensten Verhaltensgleichungen zusammen. Der Konflikt zwischen gleichmäßiger Einkommensverteilung und Preisstabilität mag als Beispielfall dienen. Sollen im Interesse der Preisstabilität die Ausgaben durch höhere Verbrauchssteuern gesenkt werden, so werden dadurch die ärmeren Schichten wegen ihrer höheren Ausgabeneigung härter getroffen als andere²⁾. Die Preisstabilität mag damit gewährleistet sein, von einer gleichmäßigen Einkommensverteilung wird man sich aber entfernen. Wäre die Verhaltensweise der ärmeren Schichten, hier die hohe Ausgabeneigung, anders, so würde sich dieser Konflikt vielleicht nicht ergeben, zumindest würde er sich nicht in dieser Schärfe einstellen, und die Erhöhung der Verbrauchssteuern wäre kein zweischneidiges Schwert in der Hand des policy maker.

b) Beschränkungsbedingungen als Korrektur der Linearformen

Völlig anderer Art sind dagegen Beschränkungsbedingungen, "that express a humanitarian, social or political desideratum³⁾". Für jede Zielvariable wird ein Variationsbereich

$$y_i' \leq y_i \leq y_i'' , (i=1, \dots, I)$$

1) Seite I ff. (Anhang)

2) Samuelson; Full Employment..., S. 565

3) Frisch; Macroeconomics..., S. 40

definiert. Nimmt man das Lohnniveau als Zielvariable, so bedeutet das, daß die Löhne sich nur in diesen Grenzen bewegen sollen, wobei wohl das Hauptinteresse auf die Untergrenze gerichtet sein wird²⁾. Eine Lösung, die diesen Variationsbereich überschreitet, wird als unzulässig zurückgewiesen. Die gleiche Argumentation wird für die Verteilungsnorm gebraucht, womit die zwei einleuchtendsten Fälle genannt sind.

Dieses Vorgehen bedarf natürlich einer Rechtfertigung; denn es kann zu Widersprüchlichkeiten bei der Verwendung der Programmanalyse führen, wie sich leicht zeigen läßt. Die Programmanalyse wurde in dieser Arbeit von Anfang an als entscheidungstheoretisches Modell interpretiert. Die Zielfunktion des policy maker gibt seine Zielvorstellungen an, während die Beschränkungsbedingungen sozusagen ein Bild der Wirklichkeit sind, sie geben Auskunft über die Realisierungsmöglichkeiten. Führt man nun Beschränkungsbedingungen ein, die ihrerseits selber Werturteile oder Zielvorstellungen beinhalten - Frisch spricht von einem "desideratum" -, so wird diese saubere Trennung zwischen Ziel und Realität verwischt. Ist die Zielfunktion eine Linearform, so folgt aus der Maximierungshypothese, daß alle Zielvariablen gegen Unendlich streben. Beschränkungsbedingungen der oben genannten Art ergeben dann aber einen Widerspruch. Man will auf der einen Seite die Zielfunktion maximieren, auf der anderen Seite sollen aber

1) Frisch; The Multiplex Method..., s.a.O., S. 1

2) Tinbergen; On the Theory..., s.a.O., S. 15

alle Zielvariablen bestimmte obere und untere Grenzen nicht überschreiten. Ein Beispiel: Unter anderem soll das Sozialprodukt maximiert werden, das Sozialprodukt soll aber auch über eine Obergrenze nicht hinauswachsen. Ob dieser Widerspruch wirklich zum Tragen kommt, ist ungewiß, da die ökonomisch-technischen Beschränkungsbedingungen das Erreichen der Obergrenze schon ausschließen können. Festgehalten werden muß aber auf jeden Fall, daß hier zwei Denkweisen miteinander vermischt werden, das Maximierungskonzept und eine Variante der eingeschränkten Rationalität, die als Ziele feste Werte ansetzt.

Unter einer Bedingung lassen sich diese Beschränkungsbedingungen nun doch verwenden, nämlich dann, wenn man in ihnen eine Korrektur der Linearform der Zielfunktion sieht, die an sich nicht linear ist¹⁾. Mit der Einführung der Linearform, vornehmlich aus rechen-technischen Gründen, hat man den Präferenzen des policy maker gewissermaßen Gewalt angetan, was man nun mit der Formulierung zusätzlicher, dubioser Beschränkungsbedingungen zu bezahlen hat. Werden für die Zielvariablen obere Grenzen gesetzt, so bedeutet dies, daß die Wägungsfaktoren, die die Präferenzen ausdrücken, mit zunehmendem Wert der Zielvariablen abnehmen (Prinzip des sinkenden Grenznutzens), was sich aber bei einer linearen Zielfunktion nur in einem groben "bis hierher und nicht weiter" ausdrücken läßt. Für die

1) Diese Bemerkungen sind auch als Ergänzung zu den Ausführungen über die lineare Approximation zu verstehen, vgl. S. 97

Untergrenzen gilt die analoge Überlegung. Sinkt das Lohnniveau, so wird seine Bedeutung, oder besser die Bedeutung einer potentiellen Erhöhung, für die Präferenzen des policy maker immer wichtiger, was sich wieder nur so darstellen läßt, daß das Lohnniveau einen bestimmten Wert nicht unterschreiten darf. Wie schon angedeutet, lassen sich solche Beschränkungsbedingungen nur aus Interviews mit dem policy maker gewinnen, was hier aber nicht näher behandelt werden soll, da diese Überlegungen mehr in das Kapitel über die Zielfunktion gehören. Wenn diese Beschränkungsbedingungen nur für jeweils ein Segment einer nichtlinearen Zielfunktion festgelegt werden, dann ist gegen ein solches Vorgehen nichts einzuwenden.

Auf eine mögliche Schwierigkeit muß allerdings noch hingewiesen werden. Es kann der Fall eintreten, daß der policy maker die Ober- und Untergrenzen in einer Weise festlegt, daß kein zulässiger Bereich mehr existiert¹⁾. Dann bleibt als Ausweg nur, das Problem neu zu formulieren. Der Vergleich mit dem Simon-Ansatz drängt sich auf. Ist keine Lösung vorhanden, so wird das Anspruchsniveau gesenkt, was einer größeren Variationsbreite für die Zielvariablen entsprechen würde.

1) Frisch; Macroeconomics..., a.a.O., S. 47

II) Der zulässige Bereich

Die ökonomisch-technischen Beschränkungsbedingungen, um die es in diesem Abschnitt in erster Linie gehen wird, wurden oben nur in einigen Beispielen verdeutlicht, die allerdings nicht viel mehr besagten, als daß es sie überhaupt gibt. Um die Programmanslyse in der Wirtschaftspolitik anwenden zu können, ist es aber erforderlich, sie zu formalisieren und in einem System zusammenzufassen. Neben dieser Notwendigkeit liegt noch ein weiterer Grund für die Beschäftigung mit den Beschränkungsbedingungen darin, daß in ihnen das eigentliche Arbeitsgebiet des Ökonomen gesehen wird, nämlich die exakte Beschreibung der Wirklichkeit und ihrer Möglichkeiten¹⁾.

a) Modelltheorie

Dieses zusammenfassende System der Beschränkungsbedingungen ist ein makroökonomisches Modell. Damit ergibt sich aber eine Schwierigkeit. Man hat einerseits die Möglichkeit, sich mit einem bestimmten Modell zu befassen. Dieses Modell ist dann ein Bild der makroökonomischen Aspekte der Realität, aus ihm kann man den zulässigen Bereich ableiten und im einzelnen diskutieren. Durch ein solches Vorgehen wird man sich aber dem Vorwurf der willkürlichen Einseitigkeit ausliefern. Ein bestimmtes Modell wird gewählt und zur Grundlage der Definition des zulässigen Bereichs gemacht. Nun gibt es aber nicht nur ein Modell, sondern etliche, die sich in den Prämissen und im Umfang an Gleichungen unter-

1) Frisch; Macroeconomics..., a.a.O., S. 46

scheiden, so daß soviele zulässige Bereiche konstruierbar sind, wie Modelle vorhanden sind. Eine Auswahl unter den Modellen nach dem Kriterium der Verifizierbarkeit ist bei dem heutigen Stand des Wissens kaum zu treffen. Viele Modelle, oder besser ihre Prämissen, sind bisher noch nicht empirisch getestet, und selbst wenn solche Untersuchungen vorgenommen wurden, so hatten sie keineswegs das Ergebnis, daß alle Prämissen für eine beliebige Verhaltensfunktion bis auf eine falsifiziert wurden. Man denke nur an die verschiedensten Hypothesen zur Investitionsfunktion¹⁾. Auf der anderen Seite kann man die Diskussion über die Modelle auch in allgemeiner Weise führen. Jedes Modell, aus dem der zulässige Bereich für ein wirtschaftspolitisches Problem abgeleitet werden soll, muß bestimmte Bedingungen erfüllen. Diese Bedingungen sind dann der Gegenstand der Untersuchung, die sich aber notgedrungen auf die formalen Aspekte beschränkt, was auch unbefriedigend wirkt. Hier wird versucht, beiden Erfordernissen gerecht zu werden. Auf die allgemeine Darstellung folgen zwei Beispiele.

1) Strukturen

Bei der Behandlung der Beschränkungsbedingungen kann man direkt an Früheres anknüpfen²⁾. Das ökonomische Universum war definiert als das cartesische Produkt:

$$(C.3) \quad \underline{X} = \underline{X}_1 \times \underline{X}_2 \times \dots \times \underline{X}_N.$$

Die Wirklichkeit wird nun beschrieben durch Gleichungen. Jede Gleichung ist eine Aussage, die eine Unter-

1) Stöwe; a.a.O., S. 134 ff.

2) Seite 17 ff.

menge von $\underline{X}$ bestimmt. Das System der Gleichungen, I an der Zahl, ist

$$(C.4) \quad f_i(\underline{x}) = k_i,$$

die alle Untermengen von $\underline{X}$ bestimmen von der Art

$$(C.5) \quad \underline{F}_i = \{ \underline{x} : f_i(\underline{x}) = k_i \}, \quad (i=1, \dots, I).$$

Als nächstes wird eine Menge Φ definiert:

$$(C.6) \quad \Phi = \{ \underline{F}_1, \underline{F}_2, \dots, \underline{F}_I \}.$$

Φ ist eine Struktur, wenn der Durchschnitt seiner Elemente nicht leer ist,

$$(C.7) \quad \overset{\circ}{\underline{X}} = \underline{F}_1 \cap \underline{F}_2 \cap \dots \cap \underline{F}_I \neq \emptyset,$$

d.h. es existiert mindestens eine Lösung. $\overset{\circ}{\underline{X}}$ kann auch als Lösungsmenge des Gleichungssystems definiert werden:

$$(C.8) \quad \overset{\circ}{\underline{X}} = \{ \underline{x} : f_i(\underline{x}) = k_i, \quad (i=1, \dots, I) \}.$$

Die Definition der Struktur wird noch dadurch erweitert, daß Φ nur dann eine Struktur ist, wenn kein Φ' existiert,

$$(C.9) \quad \Phi' \subset \Phi$$

mit der Eigenschaft, daß der Durchschnitt der Elemente von Φ' gleich ist dem der Elemente von Φ . Damit sollen überflüssige Gleichungen ausgeschieden werden.

Die Bezeichnung Lösungsmenge für $\overset{\circ}{\underline{X}}$ bezieht sich nur auf die formalen mathematischen Eigenschaften. Ein Gleichungssystem

$$Y = C + I$$

$$C = s + bY$$

$$I = u + vY$$

hat zum Beispiel für $s=50$, $u=-60$, $b=0,7$ und $v=0,2$ die Lösung $Y=-100$, $C=-20$ und $I=-80$, die mathematisch einwandfrei ist. Interpretiert man aber Y als das Volkseinkommen, C als den Konsum und I als die Investitionen, so muß man die Lösung zurückweisen. Das führt dazu, daß die Zulässigkeit einer Struktur zu untersuchen ist. Der Ausdruck "zulässig" bedeutet, daß eine formale Konstruktion mit der Wirklichkeit, soweit sie der Erfahrung zugänglich ist, übereinstimmt.

Bei diesen Überlegungen spielen die Zahlen der Gleichungen und Variablen eine Rolle. Hier, d.h. für das wirtschaftspolitische Problem, ist nur der Fall interessant, daß die Zahl der Variablen (N) größer ist als die Zahl der Gleichungen (I). Eine solche Struktur heißt sektional. Ist sie linear, so können $H = N - I$ Variablen vorherbestimmt werden. Diese H Variablen werden exogen genannt, die verbleibenden I endogen, wobei sich die Kennzeichnungen "exogen" und "endogen" nur auf die jeweilige Struktur beziehen. Statt des N -Tupels $\underline{x}$ läßt sich dann $(\underline{z}, \underline{y})$ schreiben, mit

$$\underline{z} = (z_1, \dots, z_H) \text{ und } \underline{y} = (y_1, \dots, y_I).$$

Das Gleichungssystem (C.4) wird dann

$$(C.10) \quad f_i(\underline{z}, \underline{y}) = k_i, \quad (i=1, \dots, I).$$

Löst man das System nach den y_i auf, so erhält man das

System in reduzierter Form

$$(C.11) \quad y_i = g_i(\underline{z}), \quad (i=1, \dots, I).$$

Bezeichnet man das H-Tupel $\underline{z}$ als die Instrumentalvariablen und das I-Tupel $\underline{y}$ als die Zielvariablen, so folgt aus den obigen Aussagen, daß eine Relation zwischen Zielen und Instrumenten besteht; und zwar ist es möglich, jede einzelne Zielvariable y_i durch genau ein H-Tupel $\underline{z}$ zu bestimmen. Daß die sektionsalen Strukturen für wirtschaftspolitische Probleme besonders geeignet sind, ergibt sich noch aus der Tatsache, daß die Instrumentalvariablen vorherbestimmt werden können. Der policy maker hat also Freiheitsgrade; je nachdem wie er das H-Tupel $\underline{z}$ festlegt, erhält er verschiedene I-Tupel von Lösungswerten für die Zielvariablen. Ökonomische Überlegungen führen nun zur Formulierung der Untermenge von $\underline{X}$, die die zulässigen Werte für die einzelnen Variablen enthält. Das Ergebnis sei, daß H' , $H' \leq H$, Instrumentalvariablen und I' , $I' \leq I$, Zielvariablen in ihren Variationsbereichen Beschränkungen unterworfen sein mögen. Diese Einschränkungen sollen aber nicht so verstanden werden, daß sie bestimmte Wertungen beinhalten; sie sollen nur mathematisch zwar korrekte, real aber unmögliche Lösungen ausschließen. In allgemeiner Form läßt sich das so ausdrücken:

$$(C.12) \quad \begin{aligned} z'_h &\leq z_h \leq z''_h, \text{ wobei} \\ h \in Q_1 &= \{1, \dots, H\} \text{ und} \\ \sum_{h \in Q_1} 1 &= H', \end{aligned}$$

und

$$(C.13) \quad y_i' \leq y_i \leq y_i'', \text{ wobei} \\ i \in Q_2 = \{1, \dots, I\} \text{ und} \\ \sum_{i \in Q_2} 1 = I'.$$

Kürzer ist folgende Schreibweise:

$$(C.12') \quad \underline{z}' \leq \underline{z} \leq \underline{z}'',$$

$$(C.13') \quad \underline{y}' \leq \underline{y} \leq \underline{y}'',$$

wobei allerdings betont werden muß, daß der Vektorvergleich komponentenweise geschieht. Weiter ist folgende Schwierigkeit zu beachten. Es ist denkbar, daß für manche H-Tupel $\underline{z}$, die der Bedingung (C.12) genügen, das entsprechende y_i , ($i=1, \dots, I$), - die Verknüpfung ergibt sich aus (C.11) - die Bedingung (C.13) nicht erfüllt. Der Variationsbereich der Instrumentalvariablen in sektionalen Strukturen ist also zweifach begrenzt; einmal direkt durch (C.12), zum andern indirekt durch (C.13), die Bedingung, daß die entsprechenden I-Tupel $\underline{y}$ ihrerseits auch zulässig sein müssen.

Die zulässige Untermenge von $\underline{X}$ ist dann:

$$(C.14) \quad \underline{X}_g = \{ (\underline{z}, \underline{y}) : \underline{z}' \leq \underline{z} \leq \underline{z}'', \underline{y}' \leq \underline{y} \leq \underline{y}'' \}.$$

Eine sektionale Struktur ist dann und nur dann zulässig, wenn

$$(C.15) \quad \overset{o}{\underline{X}} \cap \underline{X}_g = \overset{+}{\underline{X}} \neq \emptyset$$

gilt. Die Lösungsmenge $\overset{o}{\underline{X}}$ einer sektionalen Struktur ist definiert als:

$$(C.16) \quad \overset{o}{\underline{X}} = \{ (\underline{z}, \underline{y}) : y_i = g_i(\underline{z}), i=1, \dots, I \}.$$

Eine sektionale Struktur hat also dann einen nicht-leeren zulässigen Bereich $\underline{X}$, wenn für willkürlich bestimmte, aber zulässige Werte der H Instrumentalvariablen das entsprechende I-Tupel von Lösungswerten für die Zielvariablen auch zulässig ist.

Bildet man die ersten Ableitungen der Gleichungen in reduzierter Form, so erhält man die Ausdrücke

$$(C.17) \quad \frac{\partial y_i}{\partial z_g} .$$

Formel lassen sich diese partiellen Ableitungen für alle Variablen definieren; es bleibt allerdings die Frage, ob sie auch ökonomisch interpretiert werden können. In der Makroökonomie werden diese partiellen Ableitungen Multiplikstoren genannt. Im Rahmen der Programmanalyse könnte man auch sagen, sie bestimmen den einem gewissen Input eines Instrumentes entsprechenden Output einer Zielvariablen.

2) Modelle

Nun arbeitet man in der ökonomischen Theorie aber weniger mit Strukturen als mit Modellen. Der Unterschied wird am besten an einem Beispiel klar. Ψ_1 und Ψ_2 seien zwei Mengen von Relationen, die gleich in reduzierter Form geschrieben werden. Jedes Element von Ψ_1 und Ψ_2 sei eine Menge $\underline{F}_1$ bzw. $\underline{F}_2$.

$$(C.18) \quad \begin{aligned} \underline{F}_1 &= \{ (z_1, y_1) : y_1 = a_1 z_1 + b_1 \} \\ \underline{F}_2 &= \{ (z_2, y_2) : y_2 = a_2 z_2 + b_2 \} \end{aligned}$$

$a_{1,2}$ und $b_{1,2}$ sollen nun aber nicht konstant sein, sondern in gewissen Grenzen variieren; es sind Parameter. Dann wäre zum Beispiel

$$(C.19) \quad \underline{F}_1 = \{(z_1, y_1) : y_1 = a_1' z_1 + b_1'\} \text{ usw.}$$

Alle Mengen von der Art $\underline{F}_1$, - d.h. wenn die Koeffizienten den zulässigen Variationsbereich durchlaufen -, ergeben die Menge Ψ_1 .

$$(C.20) \quad \Psi_1 = \{(z_1, y_1) : y_1 = \alpha_1 z_1 + \beta_1, \alpha_1' \leq \alpha_1 \leq \alpha_1'', \beta_1' \leq \beta_1 \leq \beta_1''\}.$$

Analog lautet die Definition für Ψ_2 .

$$(C.21) \quad \Psi_2 = \{(z_2, y_2) : y_2 = \alpha_2 z_2 + \beta_2, \alpha_2' \leq \alpha_2 \leq \alpha_2'', \beta_2' \leq \beta_2 \leq \beta_2''\}.$$

Es wurden griechische Symbole gewählt, um deutlich zu machen, daß es sich um Parameter, nicht um Konstante handelt. Interpretiert man zum Beispiel $\underline{F}_1$ als die Beziehung zwischen dem Beschäftigungsgrad und den Staatsausgaben, so gibt $\underline{F}_1$ diese Relation für einen ganz bestimmten Fall, eben für eine Struktur, wieder. Ψ_1 enthält dann alle denkbaren Relationen zwischen dem Beschäftigungsgrad und den Staatsausgaben.

An das einführende Beispiel kann sich nun die allgemeine Formulierung anschließen: $\Psi_1, \dots, \Psi_I$ seien Mengen von Relationen, zum Beispiel

$$(C.22) \quad \Psi_i = \{(z, y) / y_i = \alpha_1 z_1 + \dots + \alpha_H z_H, \alpha_1' \leq \alpha_1 \leq \alpha_1'', \dots, \alpha_H' \leq \alpha_H \leq \alpha_H''\},$$

Bei den Variationsbereichen der Parameter kann man als Beispielsfall die Einschränkung des Wertbereichs für die marginale Konsumquote nehmen, $0 \leq c \leq 1$.

Ein Modell wird nun mit Θ bezeichnet und folgendermaßen definiert:

$$(C.23) \quad \Theta = \Psi_1 \times \dots \times \Psi_I.$$

Das generische Element von Θ ist die schon bekannte Struktur Φ .

Da der zulässige Bereich für Modelle dargestellt werden soll, sind noch einige Definitionen erforderlich.

Es sei

$$(C.24) \quad \Theta^* = \Psi_1 \cap \dots \cap \Psi_I \neq \emptyset.$$

Damit soll sichergestellt werden, daß mindestens eine Lösung für die I Mengen von Relationen besteht. Als letztes ist noch zu berücksichtigen, daß die Werte für die y_i und z_h auch zulässig sein müssen. Daher wird Θ_a^* definiert:

$$(C.25) \quad \Theta_a^* = \Theta^* \cap \underline{X}_a \neq \emptyset.$$

Θ_a^* ist der zulässige Bereich, der aus einem Modell abgeleitet ist. Die Einschränkungen sind dreifacher Art. Die Zielvariablen können nach den Gleichungen in reduzierter Form nur bestimmte Werte annehmen. Darüber hinaus sind Ziel- und Instrumentalvariable noch durch Ober- und Untergrenzen eingeschränkt.

3) Darstellung von Frisch

Gebräuchlicher ist eine andere Darstellungsweise für den zulässigen Bereich, die der Sache nach dasselbe leistet, aber nicht so anschaulich ist. Sie soll in den Grundzügen dargestellt werden¹⁾.

Gegeben seien N strukturelle makroökonomische Variablen $x_1, \dots, x_N$ wie das Nettosozialprodukt, der Konsum, die Nettoinvestitionen, oder deren Teilaggregat nach Sektoren aufgegliedert. Zwischen diesen Variablen bestehen M , $M \leq N$, strukturelle Gleichungen der Form:

$$(C.26) \quad \alpha_{i0} + \alpha_{i1}x_1 + \alpha_{i2}x_2 + \dots + \alpha_{iN}x_N = 0 \\ (i=1, \dots, M).$$

M' davon sind reine Definitionsgleichungen, die sich nur aus der Logik des Problems ergeben; zum Beispiel muß die Summe aus Konsum, Inlandsinvestition und Export gleich sein der Summe aus Nettosozialprodukt und Import. Die restlichen M'' Gleichungen sind technische oder Verhaltensgleichungen, sie werden aus empirischen Beobachtungen gewonnen. Weiter bestehen zwischen den strukturellen Variablen N^+ lineare Ungleichungen der Form:

$$(C.27) \quad \alpha_{j0} + \alpha_{j1}x_1 + \dots + \alpha_{jN}x_N \geq 0, \quad (j=N+1, N+2, \dots, N+N^+).$$

Diese Ungleichungen ergeben sich wieder zum Teil aus der Logik des Problems oder aus empirischen Fakten. Durch Einführung von N^+ neuen Variablen x_j - Schlupfvariablen - werden die Ungleichungen in Gleichungen

1) Frisch; Principles..., a.s.O., S. 3 ff.

überführt:

$$(C.28) \quad \alpha_{j0} + \alpha_{j1}x_1 + \dots + \alpha_{jN}x_N - x_j = 0, \\ (j=N+1, N+2, \dots, N+N^+),$$

mit

$$(C.29) \quad x_j \geq 0.$$

Für manche der strukturellen Variablen mögen Ober- oder Untergrenzen bestehen. Sei also x_j , ($j=1, \dots, N'$), eine strukturelle Variable, für die gilt:

$$(C.30) \quad x_j \geq \bar{x}_j,$$

wobei $\bar{x}_j$ für die jeweilige Ober- oder Untergrenze steht. Es wird dann die Variable x'_j definiert als

$$(C.31) \quad x'_j = \begin{pmatrix} x_j - \bar{x}_j, & \text{wenn } x_j > \bar{x}_j \\ \bar{x}_j - x_j, & \text{wenn } x_j < \bar{x}_j \end{pmatrix}, (j=1, \dots, N').$$

Für x'_j gilt dann die Nichtnegativitätsbedingung:

$$(C.32) \quad x'_j \geq 0.$$

Insgesamt gibt es also $N+N^+$ Variablen $x_1, \dots, x_{N+N^+}$, zwischen denen $m = M' + M'' + N^+$ Gleichungen der Form (C.26) und (C.28) bestehen. Weiter sind $N'+N^+$ Nichtnegativitätsbedingungen der Form (C.29) und (C.32) vorhanden. Sind die Gleichungen linear unabhängig, dann ist die Zahl der Freiheitsgrade $n = N + N^+ - m = N - (M' + M'')$. Daß Freiheitsgrade existieren, bedeutet, daß es sich um ein sektoriales Modell handelt; es kann also bei der Bearbeitung wirtschaftspolitischer Probleme herangezogen werden. Die Gleichungen und Nichtnegativitätsbedingungen zusammen beschreiben den zulässigen Bereich.

b) Exkurs über das allgemeine Problem der Programm
analyse

Diese Darstellung des zulässigen Bereichs entspricht nicht ganz der von Abschnitt A)¹⁾. In Abschnitt A) sind alle Beschränkungsbedingungen als Ungleichungen der Form

$$a_{g1}y_1 + a_{g2}y_2 + \dots + a_{gI}y_I \leq z_g, \quad (g=1, \dots, H),$$

ausgedrückt und für alle Zielvariablen y_i , ($i=1, \dots, I$), gilt die Nichtnegativitätsbedingung

$$y_i \geq 0, \quad (i=1, \dots, I).$$

Diese Form nennt man die kanonische oder Standardform der linearen Programmanalyse. Bildet aber, wie in diesem Fall, ein makroökonomisches Modell den zulässigen Bereich, so werden in der Regel nicht alle Beschränkungsbedingungen durch Ungleichungen dargestellt werden können, auch wird es nicht haltbar sein, für alle Variablen die Nichtnegativitätsbedingung zu postulieren. Einige Beschränkungsbedingungen sind als Gleichungen zu formulieren, und für einige der Variablen gelten keine Beschränkungen des Variationsbereichs. Man hat dann die allgemeine Form der linearen Programmanalyse²⁾.

Sei $\underline{I}$ die Menge der Indizes $i = \{1, \dots, I\}$, dann existieren komplementäre Untermengen $\underline{I}_1$ und $\underline{I}_2$, $\underline{I}_1 \subset \underline{I}$, $\underline{I}_2 \subset \underline{I}$; mit i_1 bzw. i_2 Elementen, $i_1 + i_2 = I$. Gleiches gilt für die Menge $\underline{H} = \{1, \dots, H\}$. Das Pro-

1) Seite 24

2) Gale, David; The Theory of Linear Economic Models, New York, Toronto, London, 1960, S. 76

blem lautet dann¹⁾:

$$(C.33) \quad c_1 y_1 + c_2 y_2 + \dots + c_I y_I \longrightarrow \max!$$

unter Berücksichtigung von

$$\begin{aligned} & a_{g1} y_1 + \dots + a_{gI} y_I \quad \left(\begin{array}{l} \leq z_g \text{ für } g \in \underline{H}_1 \\ = z_g \text{ für } g \in \underline{H}_2 \end{array} \right) \\ & y_i \quad \left(\begin{array}{l} \geq 0 \text{ für } i \in \underline{I}_1 \\ \text{unbegrenzt für } i \in \underline{I}_2 \end{array} \right). \end{aligned}$$

Ebenso läßt sich das duale Problem in allgemeiner Form schreiben:

$$(C.34) \quad b_1 z_1 + b_2 z_2 + \dots + b_h z_h \longrightarrow \min!$$

unter Berücksichtigung von

$$\begin{aligned} & b_1 a_{1i} + \dots + b_h a_{hi} \quad \left(\begin{array}{l} \geq c_i \text{ für } i \in \underline{I}_1 \\ = c_i \text{ für } i \in \underline{I}_2 \end{array} \right) \\ & b_g \quad \left(\begin{array}{l} \geq 0 \text{ für } g \in \underline{H}_1 \\ \text{unbegrenzt für } g \in \underline{H}_2 \end{array} \right). \end{aligned}$$

In der Matrixschreibweise erhält man, nachdem man die Matrix A und die Vektoren $\underline{b}$, $\underline{c}$, $\underline{y}$ und $\underline{z}$ entsprechend der Aufteilung von $\underline{H}$ und $\underline{I}$ aufgespalten hat:

$$(C.35) \quad \underline{c}_1 y_1 + \underline{c}_2 y_2 \longrightarrow \max!$$

unter Berücksichtigung von

$$A_{11} y_1 + A_{12} y_2 \leq z_1$$

$$A_{21} y_1 + A_{22} y_2 = z_2$$

$$y_1 \geq 0$$

$$y_2 \text{ unbegrenzt.}$$

1) Goldman, A.J.; Tucker, A.W.; Theory of Linear Programming, in: Linear Inequalities and Related Systems, Annals of Mathematics Studies, Nr. 38, Princeton, N.J., 1956, S. 63

und

$$\begin{aligned}
 (C.36) \quad & \underline{b}_1 z_1 + \underline{b}_2 z_2 \longrightarrow \min! \\
 & \text{unter Berücksichtigung von} \\
 & \underline{b}_1 A_{11} + \underline{b}_2 A_{21} \geq \underline{c}_1 \\
 & \underline{b}_1 A_{12} + \underline{b}_2 A_{22} = \underline{c}_2 \\
 & \underline{b}_1 \geq 0 \\
 & \underline{b}_2 \text{ unbegrenzt.}
 \end{aligned}$$

Das kanonische Problem ist also ein Spezialfall des allgemeinen. Genauso kann aber auch ein allgemeines Problem in ein kanonisches überführt werden. Da sich die Probleme nur in den Beschränkungsbedingungen unterscheiden, betrifft die Umformung auch nur diese.

Man macht von dem Satz¹⁾ Gebrauch, daß eine beliebige Gleichung $f = 0$ durch die Ungleichungen

$$f \geq 0 \text{ und } -f \geq 0$$

ersetzt werden kann. Mit Hilfe dieses Satzes werden vier neue Variablen definiert.

$$\begin{aligned}
 \underline{y}_2' &= \max(\underline{0}, \underline{y}_2) \\
 \underline{y}_2'^{-} &= \max(\underline{0}, -\underline{y}_2) \\
 \underline{b}_2' &= \max(\underline{0}, \underline{b}_2) \\
 \underline{b}_2'^{-} &= \max(\underline{0}, -\underline{b}_2).
 \end{aligned}$$

Dabei ist allgemein $\max(\underline{v}_1, \underline{v}_2)$ der Vektor $\underline{w}$ mit den Komponenten $w_i = \max(v_i^1, v_i^2)$. Die in die kanonische Form transformierten Probleme lauten:

$$(C.37) \quad \underline{c}_1 \underline{y}_1 + \underline{c}_2 \underline{y}_2' + (-\underline{c}_2) \underline{y}_2'^{-} \longrightarrow \max!$$

1) Goldman; Tucker; a.a.O., S. 64-65

unter Berücksichtigung von

$$A_{11}y_1 + A_{12}y_2' + (-A_{12})y_2'' \leq z_1$$

$$A_{21}y_1 + A_{22}y_2' + (-A_{22})y_2'' \leq z_2$$

$$(-A_{21})y_1 + (-A_{22})y_2' + A_{22}y_2'' \leq -z_2$$

$$y_1 \geq 0$$

$$y_2' \geq 0$$

$$y_2'' \geq 0$$

und

$$(C.38) \quad \underline{b}_1 z_1 + \underline{b}_2' z_2 + \underline{b}_2'' (-z_2) \longrightarrow \min!$$

unter Berücksichtigung von

$$\underline{b}_1 A_{11} + \underline{b}_2' A_{21} + \underline{b}_2'' (-A_{21}) \geq c_1$$

$$\underline{b}_1 A_{12} + \underline{b}_2' A_{22} + \underline{b}_2'' (-A_{22}) \geq c_2$$

$$\underline{b}_1 (-A_{12}) + \underline{b}_2' (-A_{22}) + \underline{b}_2'' A_{22} \geq -c_2$$

$$\underline{b}_1 \geq 0$$

$$\underline{b}_2' \geq 0$$

$$\underline{b}_2'' \geq 0.$$

Das neue Problem hat nur dann eine Lösung (y_1, y_2', y_2'') , wenn das alte eine Lösung (y_1, y_2) hat; gleiches gilt für das duale Problem. In diesem Sinne sind die Probleme also äquivalent. Da die makroökonomischen Modelle in der Regel der allgemeinen Form der Beschränkungsbedingungen entsprechen, wird vorerst diese zugrunde gelegt.

c) Beispiele

1) Modell für einen Zielkonflikt

An zwei kleineren Beispielen soll nun gezeigt werden, wie durch einige Umformungen der zulässige Bereich bestimmt wird. Das erste Beispiel stammt von Theil¹⁾; es wurde hier aber etwas abgeändert.

$$(C.39) \quad B = \alpha_0 + \alpha_1 P$$

$$(C.40) \quad Z = \beta_0 - \beta_1 G$$

$$(C.41) \quad P = \gamma_0 + \gamma_1 G$$

B = Beschäftigung, P = Produktion, Z = Zahlungsbilanzsaldo, G = Staatsausgaben.

Das Modell ist in der Weise unvollständig, als es noch einiger Erläuterungen bedarf. Die Relation (C. 39) soll in diesem Zusammenhang als eine einigermaßen plausible Hypothese gelten, die nicht weiter diskutiert wird. Anders die Gleichung (C.40); sie gilt nicht allgemein, sondern nur bei einer bestimmten gesamtwirtschaftlichen Lage. Die Hypothese, die Staatsausgaben wirkten negativ auf den Zahlungsbilanzsaldo, - von "verbessern" oder "verschlechtern" kann ohne Kenntnis einer Zielfunktion nicht die Rede sein -, impliziert ein relativ hohes Beschäftigungsniveau, ungefähr die Situation kurz vor dem Erreichen der ersten Engpässe. Erhöht man bei der Konstellation die Staatsausgaben, dann werden - so die übliche Ansicht - die Importe steigen aufgrund der durch den Multiplikatoreffekt der

1) Theil; Econometric Models..., s.s.O., S. 62

Staatsausgaben implizierten Einkommenserhöhung und die Exporte zurückgehen, weil die Staatsausgaben das inländische Preisniveau steigen lassen. Das Ergebnis ist die in (C.40) vorausgesetzte negative Wirkung der Staatsausgaben auf den Zahlungsbilanzsaldo.

Spezifiziert man die Ausgangslage noch näher und nimmt an, daß die Zahlungsbilanz ausgeglichen ist, so ergibt sich bei den Zielen Zahlungsbilanzausgleich und Vollgeschäftigung ein Zielkonflikt, der formal dargestellt werden kann.

Nach Eliminierung von P erhält man die Gleichungen in reduzierter Form.

$$(C.42) \quad B = \alpha_0 + \alpha_1 y_0 + \alpha_1 f_1 G$$

$$(C.43) \quad Z = \beta_0 - \beta_1 G.$$

oder

$$(C.42') \quad B = \pi_{10} + \pi_{11} G$$

$$(C.43') \quad Z = \pi_{20} - \pi_{21} G$$

B und Z sind die Zielvariablen, G ist die Instrumentalvariable. Man hat zwei Gleichungen mit drei Unbekannten, also einen Freiheitsgrad. Für G können folglich beliebige Werte eingesetzt werden, denen jeweils eine Lösung (B, Z) entspricht.

Definiert man

$$(C.44) \quad \Psi_1 = \{ (G, B) : B = \pi_{10} + \pi_{11} G \},$$

$$(C.45) \quad \Psi_2 = \{ (G, Z) : Z = \pi_{20} - \pi_{21} G \},$$

so kann man weiter schreiben:

$$(C.46) \quad \Theta^* = \Psi_1 \cap \Psi_2 \neq \emptyset.$$

Das bedeutet, daß es mindestens ein Werttripel (B, Z, G) gibt, das die Gleichungen (C.42') und (C.43') erfüllt.

Als weitere Einschränkungen wird man annehmen dürfen, daß für B und G die Nichtnegativitätsbedingung gilt. Z ist an sich unbegrenzt; da das Modell aber auf eine bestimmte Situation zugeschnitten ist dergestalt, daß sich die Zahlungsbilanz nur verschlechtern kann - jetzt ist dieser Ausdruck zulässig -, wird für Z die Negativitätsbedingung definiert. Bei den Staatsausgaben wird man zusätzlich noch eine Obergrenze G' berücksichtigen müssen. Folglich erhält man $\underline{X}_g$ als:

$$(C.47) \quad \underline{X}_g = \left\{ (G, B, Z) : 0 \leq G \leq G', 0 \leq B, \right. \\ \left. Z \leq 0 \right\}.$$

Der zulässige Bereich ist dann:

$$(C.48) \quad \Theta_g^* = \Theta^* \cap \underline{X}_g \neq \emptyset,$$

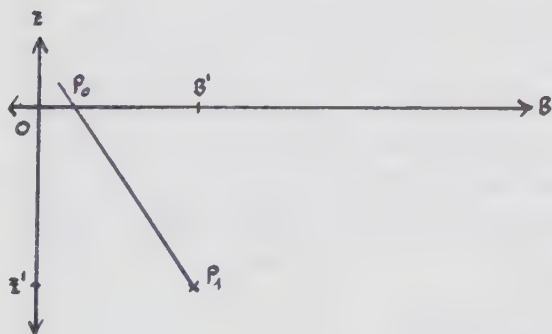
wieder wird vorausgesetzt, daß er nicht leer ist.

Da es sich nur um zwei Zielvariablen handelt, soll noch eine kleine Umformung vorgenommen werden, die den Zielkonflikt, der sich je nach den Präferenzen des policy maker zwischen der Vollbeschäftigung und dem Zahlungsbilanzausgleich ergeben kann, deutlicher macht.

Eliminiert man G aus (C.42') und (C.43'), so erhält man:

$$(C.49) \quad Z = \pi_{20} + \pi_{21} \pi_{10} / \pi_{11} - \pi_{21} / \pi_{11} B.$$

Die Interpretation liegt auf der Hand: Soll die Beschäftigung steigen, so ist das nur durch einen negativen Zahlungsbilanzsaldo zu erkaufen. Der Konflikt liegt darin, daß man auf der einen Seite dem Ziel "Vollbeschäftigung" näher kommt, sich andererseits aber vom Ziel "Zahlungsbilanzausgleich" entfernt. Die Zusammenhänge lassen sich auch graphisch darstellen.



Figur 4)

Die Gleichung (C.49) ergibt eine Zuordnung von Z und B in Form einer Geraden, die von links oben nach rechts unten verläuft. Da für Z die Negativitätsbedingung gefordert wurde, interessiert nur der Teil im zweiten Quadranten. Jeder Punkt der Geraden entspricht genau einem Werttripel (G, B, Z) . In (C.49) erscheint B zwar als unabhängige Variable, es muß aber immer berück-

sichtigt werden, daß B nur Werte annehmen kann, die (C.42') erfüllen. Durch die Annahme, $0 \leq G \leq G'$, wird der zulässige Bereich auf die Strecke P_0P_1 beschränkt. P_1 ist die Kombination von Z und B, die man erhält, wenn in (C.49) B' eingesetzt wird. B' ergibt sich dadurch, daß gemäß (C.42') der Wert für B bei dem Höchstbetrag der Staatsausgaben berechnet wird. P_1 repräsentiert die "maximale" Beschäftigung und den "schlechtesten" Zahlungsbilanzsaldo.

Alle diese Aussagen gelten natürlich nur im Rahmen dieses Modells; die Beziehungen zwischen dem Beschäftigungsziel und dem Ziel des Zahlungsbilanzausgleichs werden in Wirklichkeit um einiges komplizierter sein, es werden mehr Variablen zu berücksichtigen sein, so daß man nicht mehr auf anschauliche Graphiken zurückgreifen kann.

2) Das Modell I von Klein

2a) Darstellung des Modells

Das zweite Beispiel, obwohl noch relativ einfach, führt doch in schon kompliziertere Zusammenhänge. Es ist das schon erwähnte Modell I von Klein¹⁾.

$$(C.50) \quad C = \alpha_0 + \alpha_1 P + \alpha_2 P_{-1} + \alpha_3 (W_1 + W_2)$$

$$(C.51) \quad I = \beta_0 + \beta_1 P + \beta_2 P_{-1} + \beta_3 K_{-1}$$

$$(C.52) \quad W_1 = \gamma_0 + \gamma_1 (Y + T - W_2) + \gamma_2 (Y + T - W_2)_{-1} + \gamma_3 (t - 1931)$$

1) Klein; Economic Fluctuations..., a.a.O., S. 58-80

$$(C.53) \quad Y = C + I + G - T$$

$$(C.54) \quad P = Y - W_1 - W_2$$

$$(C.55) \quad K = I + K_{-1} ,$$

mit C = privater Konsum, I = Nettoinvestitionen, W_1 = Löhne in der Privatindustrie, P = Gewinne, K = Kapitalbestand, Y = Nettosozialprodukt zu Faktorkosten, W_2 = Lohnzahlungen des Staates, G = Staatsausgaben an Gütern und Dienstleistungen (einschließlich des Zahlungsbilanzüberschusses), T = Steuern, die von den Betrieben zu zahlen sind, t = Trendvariable.

Die endogenen Variablen, bei wirtschaftspolitischer Interpretation des Modelles die möglichen Zielvariablen, sind C , I , W_1 , P und Y und K . Exogene oder Instrumentalvariablen sind G , T und W_2 . Die Trendvariable t ist ebenfalls eine exogene Größe, die aber, da hier nur die wirtschaftspolitische Interpretation des Modelles interessiert, also die Beziehungen zwischen Zielen und Instrumenten, außer acht gelassen werden kann. Aus eben dem Grunde werden auch die vorherbestimmten Variablen und die absoluten Glieder vernachlässigt; es geht nur um die Ziel- und Instrumentalvariablen.

2b) Exkurs über die reduzierte Form

Aus der oben benutzten strukturellen Form des Modelles ist aber nicht ohne weiteres der zulässige Bereich ableitbar; dazu bedarf es der reduzierten Form. Beim Mo-

dell des ersten Beispiels war dieser Schritt nicht mit Schwierigkeiten verbunden, das umfangreichere Klein-Modell muß dagegen etwas ausführlicher behandelt werden.

Die allgemeine strukturelle Form eines Modelles sei gegeben durch¹⁾:

$$(C.56) \quad \gamma_{11}y_{1t} + \dots + \gamma_{M1}y_{Mt} + \beta_{11}z_{1t} + \dots + \beta_{K1}z_{Kt} + u_{1t} = 0$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\gamma_{1M}y_{1t} + \dots + \gamma_{MM}y_{Mt} + \beta_{1M}z_{1t} + \dots + \beta_{KM}z_{Kt} + u_{Mt} = 0.$$

mit y_{mt} = endogene (Ziel-) Variable, z_{kt} = vorherbestimmte (Instrumental-) Variable und u_{mt} = Zufallsvariable.

In Matrixform geschrieben lautet die strukturelle Form:

$$(C.57) \quad \underline{y}_t' \Gamma + \underline{z}_t' B + \underline{u}_t = 0, \text{ wobei}$$

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \dots & \gamma_{1M} \\ \dots\dots\dots \\ \gamma_{M1} & \dots & \gamma_{MM} \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} \beta_{11} & \dots & \beta_{1M} \\ \dots\dots\dots \\ \beta_{K1} & \dots & \beta_{KM} \end{pmatrix},$$

$$\underline{y}_t' = (y_{1t}, \dots, y_{Mt}),$$

$$\underline{z}_t' = (z_{1t}, \dots, z_{Kt}) \text{ und } \underline{u} = \begin{pmatrix} u_{1t} \\ \vdots \\ u_{Mt} \end{pmatrix}$$

Die reduzierte Form eines Modelles ist nun diejenige, bei der auf der linken Seite des Gleichheitszeichens nur die endogenen, auf der rechten Seite nur die vorherbestimmten und Zufallsvariablen stehen. in der wirt-

1) Goldberger, Arthur S.; Econometric Theory, New York, London, Sidney, 1965, S. 295 ff.

schaftspolitischen Interpretation bedeutet das, daß jede Zielvariable als Funktion nur der Instrumentalvariablen, vorherbestimmten Variablen und Zufallsvariablen ausgedrückt wird. Die reduzierte Form lautet in allgemeiner Schreibweise:

$$(C.58) \quad y_t' = z_t'(-B\Gamma^{-1}) + u_t'(-\Gamma^{-1}) \\ = z_t' \Pi + v_t.$$

Π ist die Matrix der Koeffizienten in reduzierter Form.

$$\Pi = -B\Gamma^{-1} = \begin{pmatrix} \pi_{11}, & \dots, & \pi_{1M} \\ \dots & & \dots \\ \pi_{K1}, & \dots, & \pi_{KM} \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} \beta_{11}, & \dots, & \beta_{1M} \\ \dots & & \dots \\ \beta_{K1}, & \dots, & \beta_{KM} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \gamma^{11}, & \dots, & \gamma^{1M} \\ \dots & & \dots \\ \gamma^{M1}, & \dots, & \gamma^{MM} \end{pmatrix}.$$

Ein beliebiges π_{km} berechnet sich nach der Formel:

$$\pi_{km} = - \sum_{m'=1}^M \beta_{km} \gamma^{m'm}.$$

2c) Der zulässige Bereich

Wie schon gesagt, ist im Rahmen dieser Arbeit die reduzierte Form des Modelles I von Klein nur interessant, soweit sie den Ziel-Instrumente-Zusammenhang darstellt. Die absoluten Glieder, die vorherbestimmten und Zufallsvariablen können unberücksichtigt bleiben. Sie sind bei der Programmanalyse Konstante, die die Lage

des gesuchten Maximums nicht beeinflussen¹⁾; sie werden zu der Größe v_i zusammengefaßt und der Vollständigkeit halber noch hingeschrieben.

Das Modell I hat in reduzierter Form nun folgendes Aussehen²⁾:

$$(C.59) \quad C = \pi_{11}G + \pi_{12}T + \pi_{13}W_2 + v_1$$

$$(C.60) \quad I = \pi_{21}G + \pi_{22}T + \pi_{23}W_2 + v_2$$

$$(C.61) \quad W_1 = \pi_{31}G + \pi_{32}T + \pi_{33}W_2 + v_3$$

$$(C.62) \quad P = \pi_{41}G + \pi_{42}T + \pi_{43}W_2 + v_4$$

$$(C.63) \quad Y = \pi_{51}G + \pi_{52}T + \pi_{53}W_2 + v_5$$

$$(C.64) \quad K = \pi_{61}G + \pi_{62}T + \pi_{63}W_2 + v_6$$

Damit ist die wichtigste Umformung geleistet. Die nächsten Schritte bringen nur noch formale Definitionen.

Das Modell stellt sich jetzt in einer Form dar, die wirtschaftspolitischen Überlegungen adäquat ist, jede Zielvariable ist als Funktion der Instrumentalvariablen definiert. Geht man davon aus, daß das wirtschaftspolitische Problem³⁾ auf der Grundlage dieses Modells gelöst werden soll, so müssen die Zielfunktion und der zulässige Bereich bestimmt werden. Die Zielfunktion interessiert hier nicht; man mag sich damit begnügen, daß irgendeine Funktion $F = F(C, I, W_1, P, Y, K)$ zu maximieren ist. Der zulässige Bereich setzt sich aus

1) van Eijk; Sandee; a.s.O., S. 2

dreierlei Einschränkungen zusammen. Die erste lautet: Nur die Werte der Zielvariablen sind zulässig, die die Gleichungen (C.59) - (C.64) erfüllen. Formal ausgedrückt:

$$(C.65) \quad \Theta^* = \Psi_1 \cap \dots \cap \Psi_6 \neq \emptyset,$$

mit

$$(C.66) \quad \Psi_1 = \{(G, T, W_2, C) : C = \pi_{11}G + \pi_{12}T + \pi_{13}W_2\}.$$

$\Psi_2 - \Psi_6$ sind analog zu bilden.

Die beiden nächsten Einschränkungen definieren den Wertbereich der Ziel- und Instrumentalvariablen. Bis auf die Investitionen seien alle Variablen durch die Nichtnegativitätsbedingung begrenzt. Obergrenzen werden für die Instrumentalvariablen eingeführt. G' ist die Obergrenze der Staatsausgaben; sie besagt, daß die Staatsausgaben nicht größer sein können als die Steuern plus den gesamten am Kapitalmarkt verfügbaren Mitteln. Durch ähnliche Überlegungen seien T' und W'_2 definiert. Damit ist es möglich, $\underline{X}_8$, die ökonomisch zulässige Wertmenge der Variablen, zu beschreiben:

$$(C.67) \quad \underline{X}_8 = \left\{ (G, T, W_2, C, I, W_1, P, Y, K) : \begin{aligned} 0 \leq G \leq G', \\ 0 \leq T \leq T', \quad 0 \leq W_2 \leq W'_2, \quad C \geq 0, \quad W_1 \geq 0, \\ P \geq 0, \quad Y \geq 0, \quad K \geq 0 \end{aligned} \right\}.$$

Der zulässige Bereich besteht nun in der Kombination aller Einschränkungen. Zulässig sind nur die Werte der Zielvariablen, die (C.65) und (C.67) simultan erfüllen. Der zulässige Bereich ist definiert als:

$$(C.68) \quad \Theta^*_8 = \Theta^* \cap \underline{X}_8 \neq \emptyset.$$

III) Die Wirtschaftsordnung

a) Das Problem der Bestimmung des wirtschaftspolitischen Instrumentariums

In der allgemeinen Beschreibung des zulässigen Bereichs wurden Ober- und Untergrenzen für die numerischen Werte der Instrumentalvariablen definiert. Man kann diese Grenzen als Extremfälle der rein ökonomischen Möglichkeiten interpretieren. Die Steuern können nicht größer sein als das Sozialprodukt abzüglich des Existenzminimums für die Bevölkerung. Die Staatsausgaben können nicht größer sein als die Steuern plus den gesamten am Kapitalmarkt verfügbaren Mitteln; in dieser Weise lassen sich diese Grenzen ableiten, und bisher sind sie auch in diesem Sinne verstanden worden.

Es spricht jedoch vieles dafür, daß noch eine andere Kategorie von Ober- und Untergrenzen berücksichtigt werden muß, und zwar solche, die Wertungen beinhalten, die nicht nur rein "technische" Grenzen darstellen. Es liegt zum Beispiel die Argumentation nahe, daß die eben erwähnte radikale Besteuerung so ziemlich alle Vorstellungen von Gerechtigkeit und freier Entfaltung der Persönlichkeit verletzt. Im letzten Beispiel¹⁾ wäre dann T'' als Obergrenze für die Steuern anzusetzen, wobei $T'' \leq T'$ gilt.

Das Problem lautet dann, wie Anhaltspunkte darüber zu

1) Seite 141

gewinnen sind, bis zu welchem Grade die einzelnen Instrumente eingesetzt werden dürfen. Daren schließt sich gleich die Frage an, was überhaupt als ein zulässiges Instrument gelten soll. Dieses Problem läßt sich mit zwei berühmten Beispielen verdeutlichen¹⁾, dem Ei des Kolumbus und der Lösung des gordischen Knotens durch Alexander. Beide haben ihre Aufgabe mit unzulässigen Mitteln gelöst und dadurch das ursprüngliche Problem in ein neues, lösbares überführt. Diese für die Entscheidungstheorie so wichtigen Überlegungen sind bisher kaum angestellt worden; Ausnahmen machen Morgenstern und Tinbergen²⁾. Diese Unterlassung erklärt sich wahrscheinlich daraus, daß fast ausschließlich mikroökonomische Probleme behandelt wurden, wo sich solche Schwierigkeiten kaum ergeben. Durch die verschiedensten Gesetze und sozialen Konventionen sind die zulässigen Handlungsmöglichkeiten für ein Individuum genau bestimmt. So weiß bei einem Verhandlungsproblem jeder Partner, welche Strategien dem andern zur Auswahl stehen, und er muß kaum befürchten, zum Beispiel plötzlich einem Erpressungsversuch, einer an sich recht wirksamen Strategie, ausgesetzt zu sein. Derartige Verhaltensregeln gibt es nun zweifellos auch für den policy maker; darin sind sich die Situationen gleich, die Unterschiede sind an anderer Stelle zu suchen. Für das mikroökonomische Problem läßt sich

1) Morgenstern; a.a.O., S. 16

2) Tinbergen; Economic Policy..., a.a.O., S. 113
ders.; On the Theory..., a.a.O., SS. 4, 7
Morgenstern; a.a.O., S. 16 ff.

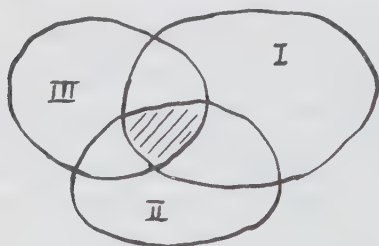
sagen, daß die Individuen diese Regelungen als gegeben hinnehmen und als Daten in ihre Planung einbeziehen. So aber nicht beim makroökonomischen Entscheidungsproblem: Wenn ein Problem mit den bisher verfügbaren Instrumenten nicht zu lösen war, so sind die meisten Regierungen noch auf den Ausweg verfallen, sich durch gesetzliche Regelungen neue zu verschaffen. Und selbst die Bindung an die Verfassung kann nicht generell für Klarheit sorgen, da sich die Verfassung ändern läßt. Jedes Mal stellt sich dann aber die Frage nach der Zulässigkeit des neu geschaffenen Instruments. Gegeben sei zum Beispiel der Fall der Arbeitslosigkeit. Als ein adäquates Mittel wird das deficit spending empfohlen. Die Arbeitslosigkeit läßt sich aber auch aus der Welt schaffen, indem der Staat Arbeitslager einrichtet¹⁾; und wählt man nur den passenden Blickwinkel, so erscheint diese Lösung sogar noch praktischer. Dieses Beispiel ist wieder ein Extremfall. Es fällt nicht schwer, die zweite Lösung für unzulässig zu erklären und gewichtige Gründe dafür anzugeben. In der Regel werden aber die Fälle nicht so kraß liegen, daß sie eine Beurteilung leicht machen.

b) Die Grundziele der Gesellschaftsgestaltung

Gefragt war nach dem Katalog zulässiger Instrumente und nach deren zulässigem Einsatzgrad. Diese Frage läßt sich aber nur im Hinblick auf die "Grundziele der

1) Morgenstern; a.a.O., S.18

Gesellschaftsgestaltung" ¹⁾ beantworten. Das bedeutet aber, daß die qualitativen Gesichtspunkte, die vorher aus der Untersuchung hinauskomplimentiert wurden, wieder Bedeutung erlangen. Diese Ziele sind Freiheit, Rationalität, Demokratie, subjektive Gleichheit, Sicherheit, Fortschritt usw. ²⁾. Vielleicht kommt man auch mit weniger aus und beschränkt sich auf Fortschritt, Stabilität, Gerechtigkeit und Freiheit ³⁾. Mit Hilfe von Venn-Diagramm läßt sich ein Bereich zulässiger Möglichkeiten darstellen ⁴⁾. Die schraffierte Fläche



Figur 5)

I = Fortschritt, II = Gerechtigkeit,
III = Freiheit

ist der Bereich, in dem die irgendwie definierten Vorstellungen von Fortschritt, Gerechtigkeit und Freiheit nicht verletzt werden. Es gilt dann die These, ein Instrument ist dann zulässig, wenn es überhaupt in diesem Bereich wirkt und wenn seine Anwendung auf den be-

1) Terminologie nach: Döhl, R.; Lindblom, C.; Politics, Economics and Welfare, New York, 1953, S. 28 ff.

2) ebd., S. 28 ff.

3) Boulding; Principles..., a.a.O., Kap. 2-5

4) ebd., S. 113 ff.

grenzten Wirkungsbereich beschränkt wird. Diese Darstellungsweise ist nun recht allgemein und sie leistet kaum mehr, als daß sie noch einmal klar herausstellt, was man sowieso gewußt oder doch geseht hat; zur Lösung des Problem trägt sie nichts bei.

c) Die Theorie des optimalen Regimes

Zur Lösung des Problems kann aber eine Arbeit von Tinbergen verhelfen¹⁾, zumindest weist sie den entsprechenden Weg auf. Diese Arbeit befaßt sich mit der Theorie des optimalen Regimes. Das Problem kann durch seine Daten und Unbekannten beschrieben werden. Zu den Daten gehören die Faktorausstattung und die Produktionsfunktionen als technische Gegebenheiten, weiter als psychologische Daten die Konsumentenpräferenzen. Gegeben sei auch die soziale Wohlfahrtsfunktion, hier im Unterschied zu der bisher verwandten in der vollen Bedeutung des Wortes. Sie umfaßt qualitative und quantitative Aspekte. In der letzten Gruppe von Daten werden die Charakteristiken von möglichen Institutionen zusammengefaßt; d.h. ihre Funktionsweise und die ihnen zur Verfügung stehenden Instrumente.

Die Unbekannten bestehen aus zwei Gruppen. Einmal die Institutionen; alle denkbaren sind bekannt, sie gehören zu den Daten. Es geht darum, welche von ihnen realisiert werden sollen; und damit wird auch gleichzeitig

1) Tinbergen; The Theory of the Optimum Regime; in: Tinbergen; Selected Papers, Hrsgb: Klaassen, L.H.; Koyck, L.M.; Witteveen, H.J., Amsterdam, 1959

die Auswahl der zulässigen Instrumente getroffen.
 Zum andern müssen dann noch die quantitativen Aspekte behandelt werden, die numerischen Werte der Instrumentalvariablen. Das Maximum der sozialen Wohlfahrtsfunktion bestimmt dann die Unbekannten. Das ist der allgemeine Ansatz.

1) Die direkte Lösung

Tinbergen bringt ein begrenztes Beispiel für die Lösung dieses Problem. Gefragt wird nach:

- a) Der Höhe des Staatseigentums und dem Steuersystem,
- b) Dem Grad der Zentralisierung in der Verwaltung und der Produktion,
- c) Dem Marktmechanismus, seinen Ordnungsprinzipien und seinem Zentralisierungsgrad,
- d) Dem Versicherungssystem und seinem Zentralisierungsgrad,
- e) Den Arten sozialer Kontrolle.

Die Wohlfahrtsfunktion ist:

$$(C.70) \quad \Omega(x_1^j, a_i) = \sum_i \omega_i(x_1^j, a_i).$$

Sie ist die Summe der individuellen Nutzenfunktionen.

x_1^j ist die Menge des Gutes j, das vom Individuum i konsumiert wird, und a_i ist die vom Individuum i angebotene Arbeitsmenge. Die Wohlfahrtsfunktion soll maximiert werden unter Berücksichtigung der Produktionsfunktion:

$$(C.71) \quad h x^j = h \}^j (h a^j),$$

mit $h x^j$, der Menge des Gutes j, das im Betrieb h er-

zeugt wird, und h^j , der Arbeitsmenge, die im Betrieb h zur Produktion des Gutes j eingesetzt wird, und zwei Identitätsbeziehungen:

$$(C.72) \quad \sum_i a_i = \sum_h \sum_j h^j,$$

der gesamte Arbeitseinsatz kann nicht größer sein als das gesamte Arbeitsangebot, und

$$(C.73) \quad \sum_i x_i^j = \sum_h h^j,$$

der Gesamtkonsum ist gleich der Gesamtproduktion.

Es stellt sich also ein Maximumproblem mit Nebenbedingungen. Man bildet die Lagrangefunktion:

$$(C.74) \quad L = \sum_i \omega_i(x_i^j, a_i) + \lambda \left(\sum_i a_i - \sum_h \sum_j h^j \right) + \sum_j \mu^j \left(\sum_i x_i^j - \sum_h h^j \right) + \sum_h \sum_j \nu^j (h^j - \sum_i x_i^j) \longrightarrow \max!$$

Der Lösungsweg soll hier nicht interessieren; es kommt auf die Ergebnisse an. Aus den Maximumbedingungen folgt die "Dezentralisationsthese", d.h. vollständige Konkurrenz auf allen Märkten. Anders liegen die Dinge, wenn man externe Effekte und increasing returns zuläßt, dann können Staatsbetriebe besser sein als private Unternehmungen in vollständiger Konkurrenz. Weiter folgt aus den Maximumbedingungen, daß es unter dem optimalen Regime weder direkte noch indirekte Steuern geben wird, - eine bekannte These der Wohlfahrtsökonomien -, es werden aber Einkommenstransfers vorzunehmen sein.

2) Die indirekte Lösung

Dieses theoretisch sicher einwandfreie Ergebnis wird aber sogleich fragwürdig, wenn man die praktische Durchführung ins Auge faßt. Sie impliziert schwerwiegende Friktionen und hohe Kosten, so daß die Lösung unbrauchbar scheint. Ein Weiterkommen ist dann nur noch von der indirekten Methode zu erhoffen. Man konzipiert mehrere unterschiedliche Regime und entscheidet sich für jenes, welches den höchsten Wohlfahrtswert bringt. Das ist aber eine typische second-best-Lösung; durch nichts ist bewiesen, daß es nicht noch ein besseres, bisher unbekanntes Regime gibt. Tinbergen nennt deswegen das Ergebnis der indirekten Methode "the best attainable regime"¹⁾. Die Untersuchung Tinbergens gibt natürlich keine erschöpfende Antwort auf die Frage, was ein zulässiges Instrument ist und bis zu welchem Grad es eingesetzt werden darf. Sie zeigt aber einen Weg, wie man das Problem der Wirtschaftsordnung, - und darum handelt es sich -, formal lösen kann.

d) Quantitatives Problem - Qualitatives Problem

Unterstellt man nun, die optimale Wirtschaftsordnung sei bestimmt, die überwiegend qualitativen Aspekte also gelöst, so ist damit der zulässige Bereich für die Lösung des quantitativen Problems, das bisher in extenso behandelt wurde, geschlossen. Das fehlende Glied ist die Wirtschaftsordnung, die nicht einfach

1) Tinbergen; Theory of the Optimum Regime, a.a.O., S.282

als gegeben vorausgesetzt werden kann, weil Wechselwirkungen zwischen der Wirtschaftsordnung und dem quantitativen Problem bestehen. Um es zu wiederholen: Es genügt nicht, die zulässigen Instrumente und die entsprechenden Institutionen aufzuzählen; das Beispiel der Besteuerung zeigt, daß ein zulässiges Instrument, radikal eingesetzt, die Wirtschaftsordnung verändern kann. Die Grundlage dieser Argumentation ist der Satz, daß die Quantität, wenn sie einen Grenzwert überschreitet, in die Qualität umschlagen kann¹⁾.

Der Gedankengang vollzieht sich also in zwei Ebenen. Auf der vorgeordneten Ebene liegt das qualitative Problem; ist die Wirtschaftsordnung bestimmt, auch in ihren quantitativen Aspekten, so kann das eigentliche quantitative Problem behandelt werden. Ähnlich verhalten sich auch die zwei erwähnten Wohlfahrtsfunktionen zueinander; die wirtschaftspolitische oder rein quantitative Wohlfahrts- (Ziel-) funktion stellt nur einen Teilespekt der allgemeinen Funktion dar.

Eleganter und theoretisch wohl auch befriedigender ist es, wenn man beide Fragen in einem Ansatz behandelt²⁾.

Das Problem lautet dann:

-
- 1) Der Satz ist problematisch. Er ist dem berühmteren Satz: - Das Ganze ist mehr als die Summe seiner Teile. -, verwandt. Dazu: Nagel, Ernest; Über die Aussage: "Das Ganze ist mehr als die Summe seiner Teile", in: Logik der Sozialwissenschaften, Hrsgb: Topitsch, Ernst, Köln, Berlin, 1965, S. 225 ff.
 - 2) König; a.a.O., S. 388
Tinbergen, Jan; Centralization and Decentralization in Economic Policy, Amsterdam, 1954, S. 7

$$(C.75) \quad F = F(y_1, \dots, y_I, z_1, \dots, z_H) \longrightarrow \max!$$

$$f_i = f_i(y_1, \dots, y_I, z_1, \dots, z_H) = 0,$$

$$i=1, \dots, I).$$

Nach der Lagrangemethode bildet man:

$$(C.76) \quad L' = F + \sum_i \lambda_i f_i \longrightarrow \max!$$

$$(i=1, \dots, I).$$

Bestimmt man aus den Maximumbedingungen die Werte für die y_i und z_h , so ist die Wirtschaftsordnung determiniert und gleichzeitig das quantitative Problem gelöst. Daß numerische Werte für die Instrumentalvariablen abgeleitet werden können, ist klar. Die Entscheidung über die Zulässigkeit von Instrumenten wird so getroffen, daß für unzulässige Instrumente z_g , ($g=1, \dots, G$), $G < H$, $z_g = 0$ gilt.

Wie oft Eleganz im Formalen mit Inhaltsleere erkaufte wird, so scheint es auch hier geschehen zu sein. Das Problem ist so allgemein formuliert, daß es fast nichts mehr aussagt. Auch im Hinblick auf die praktischen Lösungen erscheint der Ansatz problematisch. Ob er rechnerisch zu bewältigen ist, ist ungewiß; zudem erfordert er viel unnötige Rechenarbeit. Die Präferenzen der Wirtschaftssubjekte hinsichtlich der Wirtschaftsordnung werden in der Zeit stabiler sein als die Präferenzen, die auf die Zielvariablen des rein quantitativen Problems gerichtet sind. Mit anderen Worten: Die Entscheidung, die Errichtung von Arbeitslagern sei kein zulässiges Instrument der Wirtschafts-

politik, wird aller Erfahrung nach in der Zeit länger gültig sein als die Gewichtsverteilung zwischen den Zielen "Wachstum" und "Stabilität". Es wird also in der Regel kein Fehler sein, sich mit dem rein quantitativen Ansatz zu begnügen, da die überwiegende Zahl von Problemen in seinen Rahmen fallen wird. Beim oben beschriebenen Ansatz sind aber qualitative und quantitative Aspekte miteinander verknüpft, so daß er zumindest in dieser Hinsicht unhandlich erscheint.

D) Aufspaltung des Gesamtproblems und Behandlung der Teilprobleme

Die Art, in der das Problem bisher angefaßt wurde, ist nicht frei von Mängeln. Es wurde ein umfassendes wirtschaftspolitisches Problem konstruiert, das auch in einem Gang gelöst werden sollte. Sicherlich wurde ein geschlossenes Denkschema entwickelt, die Probleme, die eine praktische Anwendung dieses Schemas aber hervorrufen, wurden recht stiefmütterlich behandelt. Man scheint die Wahl zwischen zwei Übeln zu haben. Man kann mit extrem großen Aggregaten arbeiten, was aber zur Folge hat, daß die Ergebnisse aufgrund der Übervereinfachung möglicherweise wertlos sind. Auf der anderen Seite kann man den umfassenden Rahmen beibehalten und dabei weit in die Desaggregation gehen. Aus rechentechnischen Gründen wird dann aber das Problem unlösbar sein¹⁾.

I) Programmanalyse und Bereichspolitiken

Es ist möglich, beiden Schwierigkeiten aus dem Wege zu gehen, indem man das umfassende Problem in Teilprobleme aufspaltet. In gewisser Weise mag darin, daß auf die Bereichspolitiken zurückgegriffen wird, eine Inkonsequenz liegen; denn in Abschnitt A)²⁾ wurde dieses Vorgehen abgelehnt. Eine vollständige Rechtfertigung für diesen "Umschwung" folgt am Ende dieses Abschnitts.

1) Kornai; a.s.O., Kap.24: The Model of "Two-Level-Planning", von Mitsautor Lipták, Thomas, S.343-44; im folgenden als Kornai; Lipták zitiert.

2) Seite 8

Was jetzt gesagt werden kann, ist, daß die Aufspaltung in Teilprobleme gedanklich in die gleiche Richtung zu zielen scheint wie Tinbergens Arbeit über Dezentralisation und Zentralisation in der Wirtschaftspolitik¹⁾. Dezentralisierte Modelle zur Wirtschaftspolitik sind nicht nur eher mit der Realität in Einklang zu bringen, sondern, gemessen an einer Wohlfahrtsfunktion, sind die Ergebnisse auch häufig besser, vor allem, weil ein dezentralisierter Einsatz der Instrumente geringere Kosten verursacht. Tinbergen hat die Dezentralisation zwar hauptsächlich räumlich und institutionell verstanden, dennoch scheinen seine Überlegungen auch für die Aufspaltung des Gesamtproblems in Teile relevant zu sein, da oft die institutionelle Dezentralisierung mit der sachlichen Aufspaltung in Teilbereiche der Wirtschaftspolitik parallel verlaufen wird. Im folgenden werden erst Beispiele für derartige Teilmodelle gebracht, und anschließend wird untersucht, wie sie mit der bisherigen Analyse verbunden werden können.

a) Ein Problem der Beschäftigungspolitik

Das erste Beispiel behandelt die Beschäftigungspolitik²⁾. Gemäß der Input-Output-Analyse wird die gesamte Volkswirtschaft in n Produktionssektoren und n End-

1) Tinbergen; Centralization..., s.s.O.

2) Kurihara, Kenneth K.; Macroeconomics and Programming, London, 1964, S. 66-70
ders.; Linear Programming Models of Employment and Investment, Economis Internazionale, Bd.16, 1963, S. 316-17

nachfragesektoren aufgeteilt. Die Gleichgewichtsbedingung für den i-ten Sektor lautet dann:

$$(D.1) \quad x_i = x_{i,1} + \dots + x_{i,n} + d_i, \quad (i=1, \dots, n).$$

x_i ist der Output des i-ten Sektors, $x_{i,k}$ der Output des Sektors i, der im Sektor k als Input verwendet wird, und d_i die autonome Endnachfrage nach dem Output des Sektors i. Daß die interindustriellen Lieferungen endogen sind, wird deutlich an der technischen Relation:

$$(D.2) \quad a_{i,j} = \frac{x_{i,j}}{x_j}, \quad (i,j=1, \dots, n).$$

$a_{i,j}$ ist der intersektorale Inputkoeffizient; er gibt an, welcher Input von Sektor j nötig ist, um eine Einheit des Output in Sektor i zu produzieren. Um heterogene Inputs und Outputs zu aggregieren, muß noch die monetäre Seite berücksichtigt werden. Es gelten die Beziehungen:

$$(D.3) \quad \frac{p_i x_{i,j}}{p_j x_j} = \frac{p_i a_{i,j} x_j}{p_j x_j} = \frac{p_i}{p_j} a_{i,j} \quad (i,j=1, \dots, n),$$

und

$$(D.4) \quad a_{i,j} = \frac{p_i}{p_j} a_{i,j} \text{ für } p_i, p_j = 1, \quad (i,j=1, \dots, n).$$

p_i ist der Inputpreis des i-ten Sektors und p_j der Outputpreis des j-ten Sektors. $(p_i/p_j)a_{i,j}$ ist der monetäre Inputkoeffizient des j-ten Sektors. $p_i, p_j = 1$ bedeutet, daß sich die Preise, bezogen auf Indizes der Basisperiode $p_{i(0)} = 100$ und $p_{j(0)} = 100$, nicht ändern. Gleichung (D.1) läßt sich dann schreiben:

$$(D.5) \quad x_i = \sum_{j=1}^n a_{i,j} x_j + d_i, \quad (i=1, \dots, n)$$

Definiert man die Vektoren

$$\underline{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \text{ und } \underline{d} = \begin{pmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_n \end{pmatrix} \text{ und } A = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix},$$

die Matrix der Inputkoeffizienten, so kann man (D.5) in der Form schreiben:

$$(D.6) \quad (E - A) \underline{x} = \underline{d},$$

woraus folgt:

$$(D.7) \quad \underline{x} = (E - A)^{-1} \underline{d}.$$

Bezeichnet man die Elemente von $(E-A)^{-1}$ mit $h_{i,j}$, so wird aus (D.7):

$$(D.8) \quad x_i = h_{i,1} d_{1,1} + \dots + h_{i,n} d_{i,n}, \quad (i=1, \dots, n).$$

Der Output des i-ten Sektors ist also eine lineare Kombination der Variablen der autonomen Endnachfrage. Die Aufgabe besteht nun darin, die Gesamtbeschäftigung, ausgedrückt durch die Endnachfrage (= Volkseinkommen), zu maximieren unter Berücksichtigung von gewissen Beschränkungsbedingungen. Es wird unterstellt, daß der Arbeitsinput im Sektor i, N_i , linear vom Output x_i abhängt:

$$(D.9) \quad N_i = n_i x_i + n_i', \quad (i=1, \dots, n).$$

n_i ist das konstante marginale und durchschnittliche Arbeit-Output-Verhältnis im Sektor i. Unterstellt man, $n_i' = 0$, so gilt:

$$n_i = \frac{N_i}{x_i} = \frac{\Delta N_i}{\Delta x_i}.$$

Unter Verwendung von (D.8) kann man nun das Verhältnis der Beschäftigung im Sektor i zur Endnachfrage im Sektor j ableiten. Dividiert man $x_i = h_{i,j} d_j$ durch d_j , so erhält man $h_{i,j} = x_i/d_j$. Die Multiplikation mit n_i ergibt $n_i h_{i,j} = n_i x_i/d_j = N_i/x_i x_i/d_j$. Man hat also:

$$(D.10) \quad n_i h_{i,j} = N_i/d_j, \quad (i,j=1,\dots,n).$$

Summiert man über alle endogenen Sektoren, so ergibt sich:

$$(D.11) \quad v_j = \sum_{i=1}^n n_i h_{i,j}, \quad (j=1,\dots,n).$$

v_j ist das aggregierte Beschäftigungsverhältnis für alle endogenen Sektoren, deren Arbeitsinput auf den j -ten Sektor der Endnachfrage bezogen ist. Daraus läßt sich nun die Gesamtbeschäftigung des Sektors i ableiten:

$$(D.12) \quad N_i = v_1 d_1 + \dots + v_n d_n, \quad (i=1,\dots,n).$$

Gesucht ist nun der Vektor von nichtnegativen Endnachfragen $\underline{d}' = (d_{j,1}, \dots, d_{j,n})$, der die Gesamtbeschäftigung maximiert:

$$(D.13) \quad N = \sum_{i,j=1}^n v_j d_j \longrightarrow \max!,$$

unter Berücksichtigung von:

$$(D.14) \quad x_i = h_{i,j} d_j, \quad (i,j=1,\dots,n),$$

und

$$(D.15) \quad n_i x_i + n_i' \leq L_i', \quad (i=1,\dots,n),$$

$$d_j \geq 0, \quad (j=1,\dots,n).$$

L_i' ist die Höchstmenge des Faktors Arbeit für den Sektor i .

b) Die Bestimmung der autonomen Investitionen

Im zweiten Beispiel geht es um die Bestimmung der optimalen autonomen Investitionen¹⁾. Die Endnachfrage wird aufgespalten in:

$$(D.16) \quad D_i = C_i + I_i, \quad (i=1, \dots, n).$$

C_i ist die Konsumgüternachfrage des Sektors i und I_i die Nachfrage des Sektors i nach Investitionsgütern. Im Gleichgewicht sei die Endnachfrage gleich dem Faktoreinkommen des Sektors i , das seinerseits wieder vom Output des Sektors j abhängt:

$$(D.17) \quad D_i = r_i = g_j x_j, \quad (i, j=1, \dots, n).$$

r_i ist das Faktoreinkommen (Löhne, Dividenden usw.) des i -ten Sektors und g_j das Verteilungsverhältnis der Nettoeinkommen; g_j sei konstant. Für den Konsum gilt:

$$(D.18) \quad C_i = c_i r_i = c_i g_j x_j.$$

c_i ist die konstante durchschnittliche Konsumneigung des Sektors i - bezogen auf sein Faktoreinkommen -, und $c_i g_j$ ist die wiederum konstante durchschnittliche Konsumneigung des Sektors i für den Output des Sektors j . Ebenso wie der Konsum werden auch die Investitionen nach dem Keynes'schen System behandelt. Sie sind autonom:

$$(D.19) \quad I_i = I'_i, \quad (i=1, \dots, n).$$

Zusammengefaßt hat man folgendes Input-Output-System:

$$(D.20) \quad x_i = \sum_{j=1}^n a_{i,j} x_j + c_i g_j x_j + I'_i.$$

1) Kurihara; Macroeconomics..., s.s.O., S. 71 ff.

In der Matrixschreibweise ergibt sich:

$$(D.21) \quad \underline{x} = A\underline{x} + C\underline{x} + \underline{I} = (E - A - C)^{-1}\underline{I}.$$

$\underline{x}$ ist der Spaltenvektor der Outputs, A die Matrix der Inputkoeffizienten, C die Matrix mit den Elementen c_{ij} und $\underline{I}$ der Vektor der autonomen Investitionsgüternachfrage¹⁾. Schreibt man für die Elemente von $(E - A - C)^{-1} k_{i,j}$, so wird (D.20) zu:

$$(D.22) \quad x_i = k_{i,j} I'_j, \quad (j=1, \dots, n).$$

Die $k_{i,j}$ sind also eine Art von Multiplikatoren; das System (D.21) ist eine multisektorale Variante des Keynes'schen Multiplikatorprinzips, bei dem der Konsum nicht zur autonomen Endnachfrage gezählt, sondern als endogene Variable betrachtet wird. Das Problem lautet nun:

$$(D.23) \quad x = \sum_{i=1}^n k_{i,j} I'_i \longrightarrow \max!$$

$$x_i - \sum_{j=1}^n a_{i,j} x_j - I'_i \leq C_i, \quad (i=1, \dots, n),$$

$$I'_i \geq 0, \quad (i=1, \dots, n).$$

1) Ausnahmsweise wird hier ein Vektor mit einem großen Buchstaben bezeichnet.

II) Suboptimierungaspekte

Diese Beispiele mögen genügen¹⁾; was in diesem Rahmen an ihnen interessant ist, läßt sich jetzt schon zeigen. Kurihara hat die zwei Beispiele mit "Programming optimal Employment"²⁾ und "Programming optimal Autonomous Investment"³⁾ betitelt. Nach welchen Kriterien die Lösungen optimal sind, wird nicht gesagt. Die Verwendung des Wortes "optimal" erscheint etwas leichtfertig; denn was bestimmt wurde, ist nur die maximal erreichbare Beschäftigung bzw. autonome Investition. Der Wertmaßstab oder höhere Gesichtspunkt, von dem aus gesehen die Lösungen eventuell optimal sind, ist nicht definiert.

Faßt man die Bestimmung der "optimalen" Beschäftigung und autonomen Investitionen als Teile eines Gesamtproblems auf, wie bisher getan, so ist es klar, daß die Methode, die unabhängig voneinander formulierten Zielfunktionen der einzelnen Sektoren zu maximieren, nicht unbedingt adäquat ist. Es drängt sich das Konzept der Suboptimierung auf. Im Interesse des Gesamtproblems kann es vorteilhaft sein, in den Sektoren nicht das Maximum anzustreben, sondern eben "nur" ein Suboptimum. Die Zielfunktionen der Sektoren sind dann nicht mehr unabhängig, sondern werden aus dem Gesamtproblem abgeleitet. Das Konzept der Suboptimie-

1) Weitere Beispiele bei: Fox; Sengupta; Thorbecke; a.a.O., S. 177 ff.

2) Kurihara; Macroeconomics..., a.a.O., S. 69

3) ebd.; S. 71

rung ist implizit schon im vorigen Abschnitt aufgetaucht, wo es um die Bestimmung der optimalen Wirtschaftsordnung und die Lösung des rein quantitativen wirtschaftspolitischen Problems ging; letzteres sei schlagwortartig als die Maximierung der materiellen Wohlfahrt bezeichnet. Die Vermutung ist nicht unbegründet, daß den Zielen Freiheit, Gerechtigkeit, Gleichheit usw. eher Genüge getan wird, wenn man auf die maximale materielle Wohlfahrt verzichtet, und daß dann die Gesellschaft sich in einem irgendwie besseren Zustand befindet. Aus solchen Überlegungen scheinen die Vorwürfe, die man heutzutage manchen Völkern macht, genährt zu sein, daß nämlich die materiellen Lebensbereiche einen unbedingten Vorrang genießen. Dies nur als Abschweifung, die zudem zu einem gefährlichen Unternehmen werden kann. Denn schon die obigen kurzen Überlegungen sind dazu angetan, die grundlegende Prämisse der Wohlfahrtsökonomik anzuzweifeln, daß es nämlich ausreichend sei, das Phänomen "Wohlfahrt" nur auf seine ökonomischen Aspekte hin zu untersuchen.

e) Die zweistufige Programmanalyse

Für die Behandlung solcher Probleme ist ein allgemeiner Formalismus entwickelt worden, der auf dem Dekompositionsprinzip von Dantzig und Wolfe¹⁾ beruht. Man

1) Dantzig, George B.; Wolfe, Philip; Decomposition Principle for Linear Programs, Operations Research, Bd.8, 1960, S. 101-111
dies.; The Decomposition Algorithm for Linear Programs, Econometrica, Bd.29, 1961, S. 767-778

ist also nicht mehr vor die wenig ersprießliche Wahl gestellt, entweder mit zu großen Aggregaten zu operieren oder sich durch ein detailliert beschriebenes Problem eine nicht zu bewältigende Rechenarbeit aufzuladen, sondern man hat die Möglichkeit, das Gesamtproblem in Teile aufzuspalten, die getrennt gelöst werden können, wobei jedoch der Gesamtzusammenhang gewahrt bleibt.

Die zweistufige Programmanalyse wird zunächst so dargestellt, wie sie Kornai und Lipták entwickelten ¹⁾. Ihr Modell ist vorwiegend produktionstheoretisch ausgerichtet, so daß es wohl nicht unbesehen in die Wirtschaftspolitik übernommen werden kann, aber dazu später mehr ²⁾.

Der Grundgedanke ist folgender: In einer Volkswirtschaft werden N Produkte hergestellt mit M Faktoren; weiter sei eine lineare Zielfunktion gegeben. Das Problem lautet:

$$\begin{aligned} \text{(D.24)} \quad & \underline{c}'\underline{x} \longrightarrow \max! \\ & A\underline{x} \leq \underline{b} \\ & \underline{x} \geq \underline{0}, \end{aligned}$$

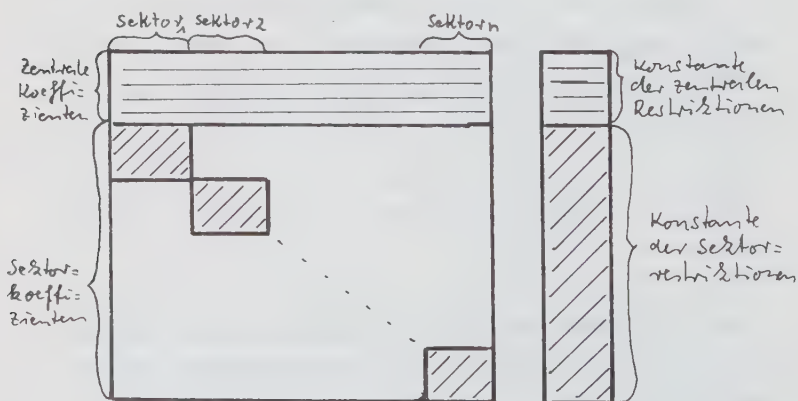
$\underline{c}$ ist ein N -komponentiger Zeilenvektor, $\underline{x}$ ein N -komponentiger Spaltenvektor, $\underline{b}$ ein M -komponentiger Spaltenvektor und A eine $M \times N$ Matrix.

Das Problem möge prinzipiell lösbar sein, allerdings wird die Lösung, oder besser die Berechnung, einen

1) Kornai; Lipták; a.a.O., S. 343 ff.

2) Seite 177 ff.

Zeitraum beanspruchen dergestalt, daß die "Lösung" überholt ist; denn es handelt sich ja um ein kaum aggregiertes Modell für eine ganze Volkswirtschaft. Unter einer Voraussetzung ist es nun möglich, das oben beschriebene Problem in Teilprobleme aufzuspalten, die getrennt berechnet werden können; dieses Vorgehen gestattet es, die Lösung in weit kürzerer Zeit zu finden. Diese Voraussetzung beinhaltet, daß jeweils mehrere Produkte zu Produktgruppen oder Sektoren zusammengefaßt werden können, und daß die Produktion in den Sektoren weitgehend unabhängig voneinander betrieben werden kann. Die Relation $Ax \leq b$, die die Produktionsstruktur wiedergibt, muß also eine Bedingung erfüllen, die in folgendem Schaubild dargestellt wird.



Das große Rechteck zur Linken ist die Koeffizientenmatrix. Der obere durchgehende Block steht für die technischen Koeffizienten, die von der Zentralstelle beein-

flußt werden können. Die kleineren Rechtecke, die längst der Diagonalen angeordnet sind, repräsentieren die Koeffizienten in den speziellen Sektorbeschränkungsbedingungen. Das leere Feld ist mit Nullen ausgefüllt zu denken. Nur wenn die Sektorkoeffizienten wohlgeordnet in der Diagonalen geschrieben werden können - die Bedingung, daß die Produktionsprozesse in den Sektoren weitgehend unabhängig voneinander verlaufen, - ist es möglich, die Matrix der Koeffizienten nach den Sektoren aufzuspalten. Dazu ein Beispiel: Es soll also gelten:

$$A\underline{x} = A_1\underline{x}_1 + A_2\underline{x}_2.$$

$$\text{Es sei: } A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ 0 & 0 & a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{pmatrix}, \quad \underline{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix},$$

$$A_1 = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \underline{x}_1 = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ 0 & 0 & a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{pmatrix} \text{ und } \underline{x}_2 = \begin{pmatrix} x_1 \\ 0 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix},$$

dann gilt:

$$A\underline{x} = A_1\underline{x}_1 + A_2\underline{x}_2.$$

Der schmale Block zur Rechten stellt den Vektor dar, in dem die Maximalbeträge der Produktionsfaktoren zusammengefaßt sind. Er entspricht in seiner Struktur der Koeffizienten-Matrix. Im oberen Block stehen wieder die von der Zentrale zugeteilten Faktormengen, der Rest symbolisiert die speziellen Sektorrestriktionen. Das Gesamtproblem kann also unter diesen Voraussetzungen in Teilprobleme aufgespalten werden, die Berechnung läßt sich getrennt vornehmen. Dennoch bleibt der Gesamtzusammenhang gewahrt; denn ein Teil der Beschränkungsbedingungen unterliegt nicht der Kontrolle der Sektoren, sondern wird von der Zentrale festgelegt.

b) Das Zwei-Stufen-Modell

In den Grundzügen wird nun der Dekompositionsalgorithmus von Kornai und Lipták dargestellt¹⁾. Die Darstellung richtet sich ganz auf die nachfolgende ökonomische Interpretation; deswegen wird bei Beweisen und Definitionen, die mehrere vorbereitende Schritte erfordern, auf die entsprechende Literatur verwiesen.

1) Zentralproblem - Sektorprobleme

$$\begin{array}{ll} \text{(D.25)} & \underline{Ax} \leq \underline{b} \\ & \underline{x} \geq \underline{0} \\ & \underline{c}'\underline{x} \longrightarrow \max! \\ \text{und} & \underline{y}'\underline{A} \geq \underline{c}' \\ & \underline{y} \geq \underline{0} \\ & \underline{y}'\underline{b} \longrightarrow \min! \end{array}$$

1) Kornai, J.; Lipták, T.; Two-Level Planning, Econometrica, Bd. 33, 1965, S. 144 ff.

sind die primale und duale Version des Zentralproblems (ZP) in kanonischer Form. Der Kürze halber heißt der Vektor $\underline{x}$ ZP-Programm und $\underline{y}$ das ZP-Schattenpreissystem. $\underline{X}$ sei die Menge der möglichen ZP-Programme, $\underline{X}^+$ die Menge der optimalen ZP-Programme; entsprechend seien $\underline{Y}$ und $\underline{Y}^+$ definiert:

$$(D.26) \quad \underline{X} = \{ \underline{x} : A\underline{x} \leq \underline{b}, \underline{x} \geq \underline{0} \}, \\ \underline{X}^+ = \{ \underline{x}^+ : \underline{x}^+ \in \underline{X}, \underline{c}'\underline{x}^+ = \max_{\underline{x} \in \underline{X}} \underline{c}'\underline{x} \}.$$

$$(D.27) \quad \underline{Y} = \{ \underline{y} : \underline{y}'A \geq \underline{c}', \underline{y} \geq \underline{0} \}, \\ \underline{Y}^+ = \{ \underline{y}^+ : \underline{y}^+ \in \underline{Y}, \underline{y}^+\underline{b} = \min_{\underline{y} \in \underline{Y}} \underline{y}'\underline{b} \}.$$

Das ZP-Programm sei lösbar, d.h. $\underline{X}^+ \neq \emptyset$. Daraus folgt $\underline{Y}^+ \neq \emptyset$ und weiter, der maximale Wert der Zielfunktion des primalen Problems ist gleich dem minimalen Wert der Zielfunktion des dualen Problems; dieser Wert sei Φ , die optimale Lösung des ZP-Problems.

$$(D.28) \quad \max_{\underline{x} \in \underline{X}} \underline{c}'\underline{x} = \min_{\underline{y} \in \underline{Y}} \underline{y}'\underline{b} = \underline{c}'\underline{x}^+ = \underline{y}^+\underline{b} = \Phi, \\ \underline{x}^+ \in \underline{X}^+, \underline{y}^+ \in \underline{Y}^+.$$

Die Lösbarkeit des ZP-Problems ist gleichbedeutend mit der Annahme:

$$(D.29) \quad \underline{X} \neq \emptyset \quad \text{und} \quad \underline{Y} \neq \emptyset.$$

Die Aufspaltung in Sektoren wird folgendermaßen vorgenommen. Sei:

$$(D.30) \quad A = (A_1, \dots, A_n), \quad \underline{x} = \begin{pmatrix} \underline{x}_1 \\ \vdots \\ \underline{x}_n \end{pmatrix}, \\ \underline{c}' = (\underline{c}'_1, \dots, \underline{c}'_n),$$

denn kann man für (D.25) schreiben:

$$(D.31) \quad \begin{array}{rcl} A_1 \underline{x}_1 + \dots + A_n \underline{x}_n & \leq & \underline{b} \\ \underline{x}_1 & & \geq \underline{0} \\ & \ddots & \\ & & \underline{x}_n \geq \underline{0} \\ \underline{c}'_1 \underline{x}_1 + \dots + \underline{c}'_n \underline{x}_n & \longrightarrow & \max! \end{array}$$

und

$$\begin{array}{rcl} \underline{y}' A_1 & & \geq \underline{c}'_1 \\ & \ddots & \\ & & \underline{y}' A_n \geq \underline{c}'_n \\ \underline{y} & \geq & \underline{0} \\ \underline{y}' \underline{b} & \longrightarrow & \min! \end{array}$$

Ist die Summe der Vektoren $\underline{u}_1, \dots, \underline{u}_n$ (von gleicher Komponentenzahl wie der Vektor der Beschränkungsbedingungen $\underline{b}$), wenn sie also die Bedingung für die Aufspaltung des Vektors der Beschränkungsbedingungen erfüllen:

$$(D.32) \quad \underline{u}_1 + \dots + \underline{u}_n = \underline{b},$$

dann heißt der Vektor

$$(D.33) \quad \underline{u} = (\underline{u}_1, \dots, \underline{u}_n)$$

ein Gesamtprogramm. Der Vektor $\underline{u}_i$ ist die i-te Sektorkomponente des Gesamtprogramms, und das i-te Sektorprogramm von $\underline{u}$ ist folgendes Problem der linearen Programm-analyse:

$$(D.34) \quad \begin{array}{l} A_i \underline{x}_i \leq \underline{u}_i, \underline{x}_i \geq \underline{0}, \underline{c}'_i \underline{x}_i \longrightarrow \max! \\ \underline{y}'_i A_i \geq \underline{c}'_i, \underline{y}_i \geq \underline{0}, \underline{y}'_i \underline{u}_i \longrightarrow \min! \end{array} \quad (i=1, \dots, n)$$

$\underline{x}_i$ ist das i-te Sektorprogramm, $\underline{y}_i$ das i-te sektorele

Schattenpreissystem. Bei dem i -ten Sektorproblem der Sektorkomponente $\underline{u}_i$ sei $\underline{X}_i(\underline{u}_i)$ die Menge der möglichen Sektorprogramme und $\underline{X}_i^+(\underline{u}_i)$ die Menge der optimalen Sektorprogramme. Entsprechend seien $\underline{Y}_i$ und $\underline{Y}_i^+(\underline{u}_i)$ definiert:

$$(D.35) \quad \underline{X}_i(\underline{u}_i) = \{ \underline{x}_i : A_i \underline{x}_i \leq \underline{u}_i, \underline{x}_i \geq 0 \},$$

$$\underline{X}_i^+(\underline{u}_i) = \{ \underline{x}_i^+ : \underline{x}_i^+ \in \underline{X}_i(\underline{u}_i), \underline{c}_i' \underline{x}_i^+ = \max_{\underline{x}_i \in \underline{X}_i(\underline{u}_i)} \underline{c}_i' \underline{x}_i \}$$

$$(D.36) \quad \underline{Y}_i = \{ \underline{y}_i : \underline{y}_i' A_i \geq \underline{c}_i', \underline{y}_i \geq 0 \},$$

$$\underline{Y}_i^+(\underline{u}_i) = \{ \underline{y}_i^+ : \underline{y}_i^+ \in \underline{Y}_i, \underline{y}_i^+ ' \underline{u}_i = \min_{\underline{y}_i \in \underline{Y}_i} \underline{y}_i' \underline{u}_i \}.$$

Gesucht sind nun die Bedingungen für die Lösbarkeit aller Sektorprobleme. Aus (D.36) und (D.27) folgt:

$$(D.37) \quad \underline{Y} = \underline{Y}_1 \cap \dots \cap \underline{Y}_n,$$

und aus (D.29) $\underline{Y} \neq \emptyset$ ergibt sich:

$$(D.38) \quad \underline{Y}_i \neq \emptyset, (i=1, \dots, n).$$

Für die Lösbarkeit des i -ten Sektorproblems unter $\underline{u}_i$ gibt es nun zwei Bedingungen, die notwendig und hinreichend sind. Die erste lautet:

$$(D.39) \quad \underline{X}_i(\underline{u}_i) \neq \emptyset.$$

Die zweite, daß $\underline{y}_i' \underline{u}_i$ auf der Begrenzung von $\underline{Y}_i$ liegt. Die zweite Bedingung läßt sich auch anders formulieren. Eine polyedrische konvexe Menge kann als Vektorsumme eines begrenzten konvexen Polyeders und eines konvexen polyedrischen Kegels dargestellt werden¹⁾.

1) Goldman, A.J.; Resolution and Separation Theorems for Polyhedral Convex Sets, in: Linear Inequalities ..., a.a.O., S. 41 ff.

$$(D.40) \quad \underline{Y}_i = Y_i^d + Y_i^c = \left\{ Y_i q_i + \mu_i Y_i \bar{q}_i : q_i \geq 0, \bar{q}_i \geq 0, \right. \\ \left. \mu_i \geq 0, 1'q_i = 1' \bar{q}_i = 1 \right\}.$$

Y_i ist die Matrix, die aus den Extrempunkten von $\underline{Y}_i$ besteht. Wenn $\underline{Y}$ begrenzt ist, dann gilt definitionsgemäß $\underline{Y}_i = 0$. Die zweite Bedingung lautet dann:

$$(D.41) \quad Y_i' u_i \geq 0.$$

Diejenigen Gesamtprogramme, deren Sektorprobleme alle lösbar sind, seien bewertbare Gesamtprogramme genannt. Nach (D.32) und (D.41) kann die Menge der bewertbaren Gesamtprogramme $\dot{\underline{U}}$ geschrieben werden als:

$$(D.42) \quad \dot{\underline{U}} = \left\{ \begin{pmatrix} \dot{\underline{u}}_1 \\ \vdots \\ \dot{\underline{u}}_n \end{pmatrix} : \dot{\underline{u}}_1 + \dots + \dot{\underline{u}}_n = \underline{b}, Y_1' \dot{\underline{u}}_1 \geq 0, \dots, Y_n' \dot{\underline{u}}_n \geq 0 \right\}.$$

$\dot{\underline{U}}$ ist also eine konvexe polyedrische Menge.

$\underline{X}(\dot{\underline{u}})$ sei die Menge der ZP-Programme, die aus den Sektorprogrammen gebildet werden können, die unter dem bewertbaren Gesamtprogramm $\dot{\underline{u}} = (\dot{\underline{u}}_1', \dots, \dot{\underline{u}}_n')$ möglich sind:

$$(D.43) \quad \underline{X}(\dot{\underline{u}}) = \underline{X}_1(\dot{\underline{u}}_1) \times \dots \times \underline{X}_n(\dot{\underline{u}}_n) = \\ = \left\{ \begin{pmatrix} \underline{x}_1 \\ \vdots \\ \underline{x}_n \end{pmatrix} : \underline{x}_1 \in \underline{X}_1(\dot{\underline{u}}_1), \dots, \underline{x}_n \in \underline{X}_n(\dot{\underline{u}}_n) \right\}.$$

Die echte oder unechte Untermenge $\underline{U}$ der Menge aller bewertbaren Gesamtprogramme $\dot{\underline{U}}$ erzeugt $\underline{X}$, oder anders ausgedrückt, $\underline{U}$ ist die generische Menge von $\underline{X}$, wenn

gilt:

$$(D.44) \quad \underline{X} = \bigcup_{\underline{u} \in \underline{U}} \underline{X}(\underline{u}). \quad 1)$$

Sei $\underline{U}$ eine nichtleere konvexe polyedrische Untermenge von $\underline{U}$ mit der Eigenschaft, daß sie $\underline{X}$ erzeugt. $\underline{U}$ möge gegeben sein und seine Elemente seien die möglichen Gesamtprogramme. Für irgendein mögliches Gesamtprogramm $\underline{u} = (\underline{u}'_1, \dots, \underline{u}'_n)$ werden die Sektoroptima

$$(D.45) \quad \varphi_i(\underline{u}_i) = \max_{\underline{x}_i \in \underline{X}_i(\underline{u}_i)} c_i' \underline{x}_i = \min_{\underline{y}_i \in \underline{Y}_i} \underline{y}_i' \underline{u}_i, \quad (i=1, \dots, n)$$

und ihre Summe, das Gesamtoptimum

$$(D.46) \quad \varphi(\underline{u}) = \varphi_1(\underline{u}_1) + \dots + \varphi_n(\underline{u}_n)$$

bestimmt. Es handelt sich dabei um quasi-lineare kontinuierliche Funktionen von $\underline{u}$. Denn wenn $\underline{y}_{i1}, \dots, \underline{y}_{iN}$ die Extrempunkte von $\underline{Y}_i$ bezeichnen, d.h. wenn in (D.40) $\underline{Y}_i = [\underline{y}_{i1}, \dots, \underline{y}_{iN}]$ geschrieben wird, dann gilt, daß $\underline{u}$ bewertbar ist:

$$(D.47) \quad \varphi_i(\underline{u}_i) = \min_{\underline{y}_i \in \underline{Y}_i} \underline{y}_i' \underline{u}_i = \min \{ \underline{y}_{i1}' \underline{u}_i, \dots, \underline{y}_{iN}' \underline{u}_i \},$$

so daß φ_i die untere Umhüllungskurve einer finiten Anzahl von linearen Funktionen ist. Gleiches gilt für $\varphi(\underline{u})$.

Das zweistufige Problem der Programmanalyse, das durch Aufspaltung in Sektoren aus dem ZP-Programm und Bestimmung der Menge der möglichen Gesamtprogramme entwickelt wurde, kann nun wie folgt beschrieben werden.

1) Beweis bei: Kornai; Lipták; The general Model of "Two-Level Planning": "Two-Level Programming", Appendix H zu: Kornai; Lipták; a.s.O., S. 492

1) Die Zentrale bestimmt das Gesamtprogramm, das das Optimum Optimorum liefert, sie löst das konkave Programmierungsproblem:

$$(D.48) \quad \underline{u} \in \underline{U}, \varphi(\underline{u}) \longrightarrow \max!$$

und weiter bestimmt sie die Menge

$$(D.49) \quad \underline{U}^+ = \left\{ \underline{u}^+ : \varphi(\underline{u}^+) = \max_{\underline{u} \in \underline{U}} \varphi(\underline{u}) \right\},$$

deren Elemente die optimalen Gesamtprogramme sind.

2) Jeder Sektor bestimmt sein optimales Sektorprogramm, das der optimalen Komponente des Gesamtprogramms entspricht, d.h. für jedes $\underline{u}^+ = (\underline{u}_1^+, \dots, \underline{u}_n^+) \in \underline{U}^+$ werden die Sektorprobleme

$$(D.50) \quad A_i \underline{x}_i \leq \underline{u}_i^+, \underline{x}_i \geq 0, c_i' \underline{x}_i \longrightarrow \max!$$

gelöst, um die Mengen $\underline{X}_i^+(\underline{u}_i^+)$, ($i=1, \dots, n$), zu bestimmen.

3) Im letzten Schritt wird das ZP-Programm gebildet.

Es wird abgeleitet aus den optimalen Sektorprogrammen, die dem optimalen Gesamtprogramm entsprechen. Das ZP-Programm lautet:

$$(D.51) \quad \begin{aligned} \underline{X}^+(\underline{u}^+) &= \underline{X}_1^+(\underline{u}_1^+) \times \dots \times \underline{X}_n^+(\underline{u}_n^+) = \\ &= \left\{ \begin{pmatrix} \underline{x}_1^+ \\ \vdots \\ \underline{x}_n^+ \end{pmatrix} : \underline{x}_1^+ \in \underline{X}_1^+(\underline{u}_1^+), \dots, \underline{x}_n^+ \in \underline{X}_n^+(\underline{u}_n^+) \right\}, \end{aligned}$$

es ist die Menge $\bigcup_{\underline{u}^+ \in \underline{U}^+} \underline{X}^+(\underline{u}^+)$.

Die Beziehungen zwischen dem ZP-Problem und dem zweistufigen Problem wird in folgendem Theorem zusammen-

gefaßt:

Ein beliebiges Zwei-Stufen-Problem, das aus einem lösbaeren ZP-Problem abgeleitet ist, ist ebenfalls lösbar. Seine Lösung ist äquivalent der Lösung des Problems:

$$(D.52) \quad \underline{U}^+ \neq \emptyset \quad \text{und} \quad \underline{X}^+ = \bigcup_{\underline{u}^+ \in \underline{U}^+} \underline{X}^+(\underline{u}^+).$$

Der maximale Wert des Gesamtoptimums ist gleich dem Optimum des ZP-Problems:

$$(D.53) \quad \max_{\underline{u} \in \underline{U}} \varphi(\underline{u}) = \max_{\underline{x} \in \underline{X}} \underline{c}'\underline{x} = \Phi.$$

Der Beweis dazu lautet wie folgt:

$$\begin{aligned} (D.54) \quad \Phi &= \max_{\underline{x} \in \underline{X}} \underline{c}'\underline{x} = \max \left\{ \underline{c}'\underline{x} : \underline{x} \in \bigcup_{\underline{u} \in \underline{U}} \underline{X}(\underline{u}) \right\} = \\ &= \max_{\underline{u} \in \underline{U}} \left(\max_{\underline{x} \in \underline{X}(\underline{u})} \underline{c}'\underline{x} \right) = \\ &= \max_{\underline{u} \in \underline{U}} \left(\sum_{i=1}^n \max_{\underline{x}_i \in \underline{X}_i(\underline{u}_i)} \underline{c}_i' \underline{x}_i \right) = \max_{\underline{u} \in \underline{U}} \varphi(\underline{u}). \end{aligned}$$

2) Spieltheoretische Interpretation

Die Zielfunktion $\varphi(\underline{u})$ des Gesamtproblems ist nur in impliziter Form **durch** die Daten des ZP-Problems und seiner Aufspaltung in Sektoren gegeben. Um die Lösung zu erleichtern, wird das Problem der zweistufigen Programmanalyse in ein Problem der Spieltheorie überführt. $\underline{V}$ sei die Menge der möglichen sektoralen Schattenpreissysteme:

$$(D.55) \quad \underline{V} = \underline{Y}_1 \times \dots \times \underline{Y}_n = \left\{ \underline{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix} : v_1 \in \underline{Y}_1, \dots, v_n \in \underline{Y}_n \right\}.$$

Für die Elemente in $\underline{V}$ kann auch $\underline{v}$ geschrieben werden; es handelt sich lediglich um eine Umbenennung. Unter Benutzung von (D.55) kann folgende Beziehung aufgestellt werden:

$$(D.56) \quad \varphi(\underline{u}) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(\underline{u}_i) = \sum_{i=1}^n \min_{\underline{y}_i \in \underline{Y}_i} \underline{y}_i' \underline{u}_i = \min_{\underline{v} \in \underline{V}} \underline{v}' \underline{u}.$$

Nach (D.53) kann dann für das ZP-Optimum geschrieben werden:

$$(D.57) \quad \Phi = \max_{\underline{u} \in \underline{U}} \min_{\underline{v} \in \underline{V}} \underline{v}' \underline{u}.$$

Es wird folgendes polyedrische Spiel definiert¹⁾: $\underline{U}$ ist die Strategiemenge des maximierenden, $\underline{V}$ die des minimierenden Spielers, die homogene bilineare Funktion $\underline{v}' \underline{u}$ ($\underline{u} \in \underline{U}$, $\underline{v} \in \underline{V}$) die pay-off-Funktion des Spiels. Die Zentrale ist der maximierende Spieler, die Gruppe der Sektoren der minimierende. Ein mögliches Gesamtprogramm heißt dann eine zentrale Strategie und ein mögliches sektoriales Schattenpreissystem eine sektorale Strategie. Abgekürzt wird für das Spiel $(\underline{U}, \underline{V})$ geschrieben. (D.57) bedeutet nun, daß das Optimum des ZP-Problems der maximin-Wert des polyedrischen Spiels ist, das aus ihm abgeleitet wurde. Der Zusammenhang zwischen dem ZP-Problem, dem Zwei-Stufen-Problem und dem abgeleiteten Spiel ist folgender:

Ein aus einem lösbaren ZP-Programm abgeleitetes polyedrisches Spiel ist ebenfalls lösbar und sein Wert ist gleich dem ZP-Optimum. Die optimalen Strategien der

1) Wolfe, Philip; Determinateness of Polyhedral Games, in: Linear Inequalities..., S.S.O., S. 195 ff.

Zentrale (maximierender Spieler) sind die optimalen Gesamtprogramme des entsprechenden Zwei-Stufen-Problems. Unter den optimalen Strategien der Gruppe der Sektoren ist immer eine Strategie, deren Sektorkomponenten gleich sind. Die notwendige und hinreichende Bedingung, daß eine Sektorstrategie, deren Sektorkomponenten gleich sind, optimal ist, besteht darin, daß sie die optimale Gegenstrategie gegen irgendeine zentrale Strategie ist. $\hat{v} \in V$ ist eine optimale Gegenstrategie gegen $\underline{u} \in U$, wenn $\hat{v}'\underline{u} = \min_{v \in V} v'\underline{u} = \varphi(\underline{u})$. Diese gemeinsame Sektorkomponente einer optimalen Sektorstrategie bildet ein optimales ZP-Schattenpreissystem, oder, eine Sektorstrategie, gebildet aus einem optimalen ZP-Schattenpreissystem als seiner gemeinsamen Sektorkomponente, ist optimal für das abgeleitete polyedrische Spiel¹⁾.

Das polyedrische Spiel (U, V) wird in ein Matrixspiel transformiert, dessen Lösung durch die Methode des fiktiven Spiels gefunden wird²⁾. Was hier aber vielleicht mehr interessieren mag, ist folgende, etwas anschaulichere Interpretation des spieltheoretischen Ansatzes. Die Zentrale überblickt die Zusammenhänge des ZP-Problems, die Details in den Sektoren sind ihr aber nicht bekannt. Die Sektoren ihrerseits sind mit der erforderlichen Detailkenntnis ausgestattet, ihnen fehlt aber der Überblick über die Zusammenhänge zwischen den Sektoren. Die optimale Lösung hängt vom Verhalten beider

1) Beweis bei: Kornai; Lipták; e.a.O., S. 496-98

2) ebd.; S. 499 ff.

Spieler ab, sie ist erreicht, wenn beide Spieler ihre Minimax-Strategie anwenden. Das bedeutet folgendes: Ohne Mitarbeit der Sektoren ist die Zentrale nicht in der Lage, die optimale Lösung des ZP-Problems zu finden. Der "Ertrag" wird nicht sein Maximum erreichen, Verluste entstehen, die die Zentrale so gering wie möglich halten wird. Genauso sind die Sektoren nicht befähigt, ohne Information von der Zentrale die für das ZP-Problem optimalen Lösungen ihrer Teilprobleme zu bestimmen. Die Bewertung ihrer Mittel in der Form der Schattenpreise wird daher fehlerhaft oder verzerrt sein. Daraus können Verluste entstehen, wenn nämlich die Zentrale den Sektoren die Faktoren zu "Preisen" überläßt, die den von den Sektoren gemeldeten Schattenpreisen entsprechen, und zugleich fordert, die Sektoren sollten ohne Verluste produzieren. Gibt nun ein Sektor zu hohe, gefärbte Schattenpreise an (zum Beispiel mag er behaupten, daß bei einer höheren Zuteilung an Arbeitskräften größere Erträge zu erwarten sind als real möglich), dann wird dieser Sektor mit Verlusten operieren¹⁾. Nimmt man noch unter die Spielregeln die Bestimmung auf, daß die Sektoren für aufgrund verzerrter Schattenpreise fehlgeleitete Faktoren eine Strafe zu zahlen habe, so werden die Sektoren diese Verluste zu minimieren suchen.

Die Minimax-Strategien können zum Beispiel durch ein fiktives Spiel bestimmt werden. Die Zentrale formu-

1) Kornai; Lipták; Two-Level Planning, a.s.o., S. 164 ff.

liert das ZP-Problem und gibt den Sektoren die entsprechenden Anweisungen. Den nächsten Zug tun die Sektoren, indem sie ihre Schattenpreise an die Zentrale melden. Die Zentrale macht sich an eine Neuformulierung des ZP-Problems usw. Von zwei Seiten wird so schrittweise die Lösung des Spiels gefunden, die mit der optimalen Lösung des ZP-Problems übereinstimmt.

c) Ökonomische Interpretation

Das Modell der zweistufigen Programmanalyse ist bis jetzt fast nur in seinen allgemeinen formalen Aspekten untersucht worden. Wenigstens in Andeutungen soll nun geprüft werden, ob und wie es sich bei der Lösung des wirtschaftspolitischen Problems verwenden läßt. Als Einschränkung muß herausgestellt werden, daß das Modell, ungeachtet des Bestrebens, die Konzeption allgemein zu halten, auf der Input-Output-Analyse beruht. Der Gedankengang orientiert sich fast ausschließlich an der Produktionstheorie, von der nun ein Übergang zur Wirtschaftspolitik gefunden werden muß.

Vom Formalen her gesehen scheint dem nichts im Wege zu stehen. Die kanonische Form des gesamtwirtschaftlichen Produktionsproblems läßt sich in die allgemeine Form überführen, die dem wirtschaftspolitischen Problem angemessen ist. Auch die Aufspaltung in Sektoren kann in das wirtschaftspolitische Konzept übernommen werden. Eine Reihe von makroökonomischen Modellen ist so konstruiert, daß einzelne makroökonomische

Variablen wie die Beschäftigung, das Volkseinkommen, der Außenbeitrag, die Kapitalbildung, der Konsum, der Arbeitsmarkt usw. in jeweils einer Untergruppe von Gleichungen - technische, Definitions- und Verhaltensgleichungen - beschrieben werden¹⁾. Jede dieser Untergruppen von Gleichungen, die einer makroökonomischen Variablen zugeordnet sind, kann man als einen Sektor bezeichnen, zum Beispiel heißt es dann der Sektor "Arbeitsmarkt", der Sektor "Kapitalbildung" usw.

Eine wirtschaftspolitische Interpretation des Zweistufen-Modelles fordert nun, daß $\underline{x}$ als der Vektor der Zielvariablen, $\underline{b}$ als der Vektor der Instrumentalvariablen verstanden wird. Für den i-ten Sektor lautet dann das Problem, jetzt explizit als wirtschaftspolitisches Problem geschrieben; (in welcher Form, kanonisch oder allgemein, ist für das, was behandelt werden soll, unerheblich):

$$\alpha_{11}^i y_1^i + \dots + \alpha_{1n}^i y_n^i \leq z_1^i$$

.....

$$\alpha_{d1}^i y_1^i + \dots + \alpha_{dn}^i y_n^i \leq z_d^i$$

$$\alpha_{(d+1)1}^i y_1^i + \dots + \alpha_{(d+1)n}^i y_n^i = z_{(d+1)}^i$$

.....

$$\alpha_{g1}^i y_1^i + \dots + \alpha_{gn}^i y_n^i = z_g^i$$

1) Beispiele für derartige Modelle findet man bei: Scope and Methods of the Central Planning Bureau, Hrsgb: The Central Planning Bureau, The Hague, 1956, S.80 ff. The Brookings Quarterly Econometric Model of the United States, Hrsgb: Duesenberry, J.S.; Fromm, G.; Klein, L.R.; Kuhn, E.; Chicago, Amsterdam, 1965 Fox; Sengupta; Thorbecke; a.a.O., Kap. 14

$$y_k^i \geq 0, (k=1, \dots, K), K \leq n$$

$$y_m^i \text{ unbegrenzt, } (m=K, \dots, n)$$

$$c_1^i y_1^i + \dots + c_n^i y_n^i \longrightarrow \max!$$

Die Wirtschaftspolitik wird damit als ein Produktionsprozeß aufgefaßt. Der policy maker produziert Beschäftigung, Preisstabilität, einen gewissen Zahlungsbilanzsaldo usw.; sein Faktorvorrat ist gegeben durch das wirtschaftspolitische Instrumentarium. Die obigen Beschränkungsbedingungen bedeuten nun, daß für den Sektor i der Betrag z_1^i des Instrumentes z_1 zur Verfügung steht und daß, um eine Einheit des Zieles $y_1^i - y_1^i$ ist ein Unterziel von y^i ; y^i ist eine der makroökonomischen Zielvariablen, die oben genannt wurden und von denen jede einen Sektor bildet - zu produzieren, α_{11}^i Einheiten des Instrumentes z_1 benötigt werden, - (die Schreibweise in Parametern wurde gewählt, da die Beschränkungsbedingungen aus einem Modell abgeleitet werden). Diese Aufspaltung der Instrumente auf verschiedene Verwendungszwecke (Ziele), die für die Produktionstheorie typisch ist, kann aber im Bereich der Wirtschaftspolitik nicht nachgewiesen werden. Denkt man überhaupt in Analogie zur Produktionstheorie, so liegt, wie schon erwähnt¹⁾, eher Kuppelproduktion vor. Werden zum Beispiel die Steuersätze geändert, dann ist es unmöglich, zu sagen, x% dieser Änderung wirken auf die Beschäftigung und der Rest auf die Einkommensverteilung, vielmehr wird die volle Änderung - allerdings mit unterschied-

1) Seite 112

lichen Multiplikatoren - auf beide Zielvariablen gleichzeitig wirken. Die Dekomposition der Zielfunktion in einzelne Sektoren kann also auch wirtschaftspolitisch sinnvoll interpretiert werden; für die Dekomposition der Beschränkungsbedingungen (D.32) gilt die Analogie aber nicht mehr.

Berücksichtigt man diese Wirkungsweise des wirtschaftspolitischen Instrumentariums, so kann man sich vielleicht an folgenden Interpretationsversuch wagen. Die Zentrale bestimmt einen Vektor $\underline{z}$ von Instrumentalvariablen, der nicht nach Sektoren aufgespalten ist, sondern für alle Sektoren in gleicher Weise verbindlich ist. Die Sektoren berechnen ihre entsprechenden Schattenpreisvektoren und melden sie an die Zentrale. Divergieren die Schattenpreise, so wird ein neuer Vektor $\underline{z}$ von der Zentrale festgelegt, wobei nicht an eine Umverteilung der "Faktoren" zu denken ist; es werden nur andere numerische Werte für die Instrumentalvariablen angesetzt. Führt man diesen Prozeß in der beschriebenen Weise bis zum Ausgleich der Schattenpreise fort, so erhält man den optimalen Vektor $\underline{\hat{z}}$ und das optimale Schattenpreissystem, was besagt, daß jedes Instrument in allen Verwendungszwecken gleich effizient ist. Die Vorteile des Dekompositionsverfahrens werden also nur bei der Zielfunktion genutzt.

Da eine direkte Übertragung des Zwei-Stufen-Modells auf die Wirtschaftspolitik von doch zweifelhaftem Wert zu sein scheint, wird ein kleiner Umweg eingeschlagen, um es mit dem wirtschaftspolitischen Problem zu ver-

binden. Man kann daran denken, es einfach bei der Desaggregation der Input-Output-Analyse, wie sie dem Zwei-Stufen-Modell entspricht, zu belassen. Da der policy maker aber in großen makroökonomischen Aggregaten denkt, muß eine Verbindung zwischen den makroökonomischen Variablen und der Darstellung mittels der Input-Output-Analyse gefunden werden, sozusagen ein Code, der dem policy maker sagt, was eine gewisse Produktionsstruktur, wie sie die Input-Output-Analyse bestimmt, für seine makroökonomischen Zielvariablen bedeutet. Daß eine solche Verbindung geschaffen werden kann, zeigen die zwei Beispiele von Kurihara, wo die Zielvariablen Beschäftigung und autonome Investition in Termen der Input-Output-Analyse ausgedrückt wurden¹⁾.

Man könnte nun noch einwenden, daß ein Modell mit derart minutiöser Planung nur in eine Zentralverwaltungswirtschafts paßt. Dem ist entgegenzuhalten, daß das Kriterium dafür, ob es sich um eine Zentralverwaltungswirtschaft handelt oder nicht, eher darin liegt, wie die Zielfunktion formuliert wird. Ist sie diktatorisch, dann mag man von einer Zentralverwaltungswirtschaft sprechen. Ist die Zielfunktion aber eine Wohlfahrtsfunktion wie in Abschnitt B)²⁾ beschrieben oder auch nur die Präferenzfunktion des policy maker in einem demokratischen Staat, dann wird die Abstempelung als

1) Seite 151 ff. Dazu mehr bei: Chenery, Hollis B.; Clark, Paul G.; Interindustry Economics, New York, 1959
Frisch; From National Accounts to Macroeconomic Decision Models, ohne Angabe des Erscheinungsortes, 1953

2) Seite 27 ff.

Zentralverwaltungswirtschaft nicht mehr einleuchten.

Auch wird man nicht gezwungen sein, soweit zu gehen, daß man einen Plan, der mit Hilfe des Zwei-Stufen-Modelles aufgestellt wurde, für alle Wirtschaftssubjekte als verbindlich ansieht. Man mag ihm, wie es zuweilen geschieht, einen doppelten Zweck zuschreiben.

Für den policy maker stellt er eine Entscheidungshilfe dar; für die Privatwirtschaft, der ihre vielgerühmte Freiheit, sich "besser" oder "schlechter" entscheiden zu können als es der Plan vorsieht, unbenommen bleiben soll, ist er dann lediglich eine Orientierungshilfe.

E) Effiziente Lösungen

Was in diesem Abschnitt behandelt wird, steht etwas außerhalb des Rahmens dieser Arbeit. Teile gehören zum Problemkreis der Zielfunktion, anderes dagegen mehr in den Abschnitt über die Behandlung von Teilproblemen.

Es wird behauptet, den Dingen sei Gewalt angetan worden oder sie seien übervereinfacht, indem die Hypothese aufgestellt wurde, man könne alle Zielvariablen miteinander vergleichen und in einer Zielfunktion zusammenfassen¹⁾. Es gebe wohl noch einen gemeinsamen physischen Maßstab für die Zielvariablen, sie seien weiterhin quantifizierbar, aber hinsichtlich ihrer Bedeutung für die Wohlfahrt könnten sie nicht auf einen gemeinsamen Nenner gebracht werden, der Vektor $\underline{c}'$ sei nicht zu bestimmen, das allgemeine Optimum sei nur als Gedankenkonstruktion formulierbar. Aus diesem Grunde könne man nur die einzelnen Teilbereiche in Form von Teilmodellen bearbeiten.

Es geht also darum, wie unter diesen Voraussetzungen die Programmanalyse noch angewandt werden kann. Die Veränderung in der Fragestellung soll hier einfach hingenommen werden; über die Prämissen, die in den Abschnitten A) und B)²⁾ angeführt wurden und die die Aufstellung einer Zielfunktion ermöglichten, kann man unterschiedlicher Meinung sein. Autoren, die diesen schwächeren Standpunkt vertreten, rechtfertigen ihn

1) Fox; Sengupta; Thorbecke; a.s.O., S. 493

2) Seite 5 ff. und 27 ff.

damit, daß sie behaupten, es genüge oder sei sogar vernünftiger, effiziente Lösungen zu bestimmen, als sein Leben mit der Suche nach dem Optimum Optimorum zu verbringen¹⁾. Aus diesen effizienten Lösungen könne dann gegebenenfalls eine höhere Instanz eine als die optimale auswählen²⁾. Für die Wirtschaftspolitik bedeutet das, daß sie als Teilgebiet der Gesamtpolitik betrachtet wird. Ihre Aufgabe besteht darin, effiziente Lösungen an die Zentrale zu melden, wobei das Problem der Zielsetzungen nicht mehr in den wirtschaftspolitischen Zuständigkeitsbereich fällt. Ungefähr scheint sich dieser Zusammenhang mit den Schlagworten von "Alternativplänen" oder "Alternativprogrammen" zu decken.

Die Zielfunktion läßt sich also nicht mehr aufstellen, sie kann nur noch in allgemeinsten Form als $F = F(y_1, \dots, y_I)$ geschrieben werden. Damit ist aber auch das Konzept der Suboptimierung hinfällig, zumindest kann es nicht mehr in der bisherigen Weise aufrecht gehalten werden. Es ist nun zu überlegen, ob unter diesen Voraussetzungen nur die Bearbeitung von Teilproblemen ist möglich, da das Gesamtproblem nicht formuliert werden kann - von der Programmanalyse noch Hilfe erwartet werden kann; auf die Methode, daß man mit Scheuklappen versehen in jedem Teilbereich einfach die

-
- 1) Hitch, Charles; Suboptimization in Operations Problems, Operations Research, Bd.1, 1953, S. 98
 - 2) Joks, H.C.; Constraints, Objectives, Efficient Solutions and Suboptimization in Mathematical Programming, Zeitschrift f.d.Ges.Staatswissenschaft, Bd.122, 1966, S. 11

entsprechende Zielvariable maximiert, soll nicht zurückgegriffen werden, weil sie wenig sinnvoll erscheint. Das Problem reduziert sich auf die Frage, wie bei diesen erschwerenden Prämissen noch eine Verbindung zwischen den Teilbereichen möglich ist.

Diese Möglichkeit ist gegeben, wenn man sich eben auf die effizienten Lösungen beschränkt. Ein Vektor $\underline{y}^+$ mit den Komponenten $(y_1^+, \dots, y_I^+)$ heißt effizient, wenn er zulässig ist und wenn es keinen zulässigen Vektor $\underline{y} = (y_1, \dots, y_I)$ gibt mit der Eigenschaft:

$$(E.1) \quad y_1^+ \leq y_1, \dots, y_I^+ \leq y_I,$$

wobei das Ungleichheitszeichen mindestens einmal streng erfüllt sein muß¹⁾. Damit kommt aber das Konzept der Paretooptimalität wieder zu Ehren; denn die Tatsache, daß ein Lösungspunkt effizient ist, bedeutet, daß im I-Tupel $\underline{y}^+$ keine Zielvariable einen größeren Wert annehmen kann, ohne daß der numerische Wert irgendeiner anderen Variablen sinkt. Eine beliebige effiziente Lösung kann man denn folgendermaßen bestimmen:

$$(E.2) \quad \begin{aligned} y_1 &\longrightarrow \max! \\ \underline{y} &= \overline{\prod} \underline{z} \\ y_g &= y_g' \quad (g=2, \dots, I) \\ y_1 &\geq 0. \end{aligned}$$

1) Dorfman, Robert; Samuelson, P.A.; Solow, R.M.; Linear Programming and Economic Analysis, New York, Toronto, London, 1958, S. 392
Koopmans, T.C.; Analysis of Production as an Efficient Combination of Activities, in: Koopmans, T.; Activity Analysis of Production and Allocation, New York, London, Sidney, 1951, S. 59 ff.

Die Lösung ist ein effizienter Vektor $\underline{y}^+$.

Diesen Ansatz kann man auch als wirtschaftspolitisches Problem der Programmanalyse verstehen. In einem Teilbereich wird das Maximum der entsprechenden Zielvariablen gesucht unter der Bedingung, daß alle anderen Zielvariablen bestimmte Werte, die man sich in der Simon-Terminologie als "befriedigende" Werte vorstellen kann, annehmen müssen und daß der Vektor $\underline{y}$ zulässig ist. Zum Beispiel könnte man bei y_1 an die Maximierung des Sozialprodukts denken¹⁾.

Eine andere Möglichkeit besteht darin, die Menge der effizienten Lösungen zu bestimmen. Die Effizienz einer Lösung kann auch so definiert werden:

Eine Lösung ist effizient, wenn sie die optimale Lösung einer Zielfunktion

$$F = c_1 y_1 + \dots + c_I y_I$$

ist²⁾.

Mit der Einführung der c_i soll nicht gesagt werden, daß die Zielvariablen nun doch vergleichbar sind, die c_i sind beliebige hypothetische Werte. Alle optimalen Lösungen für alle Kombinationen der c_i , $c_i \geq 0$, (nur die Verhältnisse unter den c_i sind wichtig) ergeben die Menge der effizienten Lösungen; es ist die Menge

-
- 1) Frisch; Macroeconomics..., a.a.O., S. 43
Kade, Gerhard; Wirtschaftsprogrammierung, in: Sozialökonomie in politischer Verantwortung, Festschrift für Joachim Tiburtius, Hrsgb: Triebenstein, Olaf, Berlin, 1964, S. 168
 - 2) Dorfman; Samuelson; Solow; a.a.O., S. 394-95
Kuhn, H.W.; Tucker, A.W.; Nonlinear Programming, in: Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, Berkeley, Los Angeles, 1951, S. 487 ff.

der Begrenzungspunkte des zulässigen Bereichs¹⁾. Das bedeutet - berücksichtigt man alle denkbaren Wertmaßstäbe, d.h. Zielfunktionen -, daß dann jede effiziente Lösung mindestens einmal auch die optimale Lösung ist; mindestens deshalb, weil die Eckpunkte des zulässigen Bereichs für mehr als eine Kombination der c_i optimal sind.

Diese Menge kann als die Menge aller möglichen effizienten wirtschaftspolitischen Programme oder Pläne interpretiert werden, aus denen dann die höhere Instanz, falls vorhanden, eines als das optimale Programm auswählt. Die Menge der effizienten Lösungen läßt sich auch einfacher durch die parametrische Programmanalyse bestimmen²⁾. Für den Fall zweier Zielvariablen hat man:

$$(E.3) \quad \lambda c_1 y_1 + (1-\lambda) c_2 y_2 \longrightarrow \max!$$

$$y = \prod z$$

$$\begin{array}{c} z \geq 0 \\ 0 < \lambda < 1. \end{array}$$

1) Jokschi; a.a.O., S. 8-9

2) Kornai; a.a.O., S. 409 ff.

Schluß

Es ist über die Wirtschaftspolitik gesagt worden:

"Die Dinge verhalten sich in der Wirklichkeit etwa so, als ob man im Dunkeln bei flackerndem Licht mit stets wechselndem Material und nach fortwährend anderen Plänen und Ideen über einen reißenden Strom eine Brücke nach einem unbekannten Ufer zu bauen versucht."¹⁾

Es ist weiter gesagt worden²⁾, diese Arbeit befasse sich mit den Möglichkeiten, rationale Wirtschaftspolitik zu betreiben. Der Leser wird nun, sich an diesen großartigen Vorsatz erinnernd und im Wissen um die Schwierigkeiten einer realen Wirtschaftspolitik wie oben beschrieben, ein Ergebnis oder zumindest eine abschließende Bemerkung erwarten. Was ihm geboten werden kann, ist dieses.

Rationalität wird hier als ein technischer oder formaler Begriff verstanden. Eine Handlung ist rational, wenn sie im Hinblick auf ein gegebenes Wertsystem, das allerdings gewissen Bedingungen genügen muß, die beste Alternative auswählt. Um die Wirtschaftspolitik rational zu gestalten, müssen also das Wertsystem und die Alternativen bekannt sein; selbst dann hat man aber nur eine Denkschablone. Die These dieser Arbeit ist, daß die Programmanalyse geeignet ist, bei gegebenem Wertsystem und gegebenen Alternativen die optimale Alternative auszuwählen.

1) Morgenstern, Oskar; Die Grenzen der Wirtschaftspolitik, Wien, 1934, S. 47

2) Seite 6

Deshalb wurde die Arbeit als Bestandsaufnahme angelegt, keineswegs zeichnet sie sich durch Vollständigkeit aus. Es wurden einige Möglichkeiten aufgezählt, das Wertsystem und die Alternativen zu formalisieren, wie es ja die Programmanalyse erfordert. Die Gliederung bot sich von selbst an; in zwei Abschnitten wurden die Zielfunktion und die Beschränkungsbedingungen untersucht. Schon bei der Suche nach einer geeigneten Zielfunktion deutete sich an, daß das großartig entworfene Gesamtproblem, nämlich eine Wohlfahrtsfunktion als Zielfunktion zu nehmen, zu ambitiös ist, um praktisch relevante Lösungen zu liefern. Stehen bei der Wohlfahrtsfunktion die logischen Schwierigkeiten als Haupthindernis im Wege, so liegt das Problem der Beschränkungsbedingungen, die eine exakte Beschreibung der Wirklichkeit geben sollen, darin, daß der dadurch nötige Umfang der Modelle eine rechnerische Bearbeitung ausschließt. Als Beispiele wurden deshalb schon gleich als Kompromißlösungen kleinere Modelle angeführt.

Was blieb, war also die Frage, ob nicht doch "praktikable" Lösungen möglich sind, sozusagen als Mittelweg zwischen dem umfassenden theoretischen Problem und Aussagen der Art, daß man Prioritäten setzen müsse. In dieser Einstellung äußert sich der mehrmals vorbeugend beschworene Pragmatismus, der an dieser Stelle wohl auch seine Daseinsberechtigung hat; denn die Diskussion um die adäquate bloße Denkweise scheint

geklärt zu sein. Was an Hinweisen für derartige Lösungen geboten wird, muß sich wohl oder übel an dem obigen Zitat messen lassen, wenn es um die praktische Relevanz der Lösungen geht.

Eine solche Kompromißlösung besteht darin, die Präferenzfunktion des policy maker unter Berücksichtigung eines kleineren, gerade noch zu bewältigenden Modelles zu maximieren. Die Beurteilung dieses Vorschlags wird dadurch erleichtert, daß man sich auf ein Beispiel berufen kann, auf die schon vielzitierte Arbeit von van Eijk und Sandee. Sie haben die tatsächliche niederländische Wirtschaftspolitik in einem Modell der linearen Programmanalyse nachberechnet und kamen in den meisten Punkten zu den gleichen Ergebnissen; die Gründe für die wenigen Abweichungen - van Eijk und Sandee geben sie an - interessieren hier nicht.

Ein Skeptiker könnte dieses Ergebnis nun so kommentieren, indem er sagt, wozu die ganze Mühe, wenn sich die Praktiker aufgrund theoretischer Einsichten, Fingerspitzengefühl oder sonstiger Talente, jedenfalls ohne Hilfe der Programmanalyse, genauso vernünftig benehmen, wie es ihnen ein Experte der Programmanalyse empfohlen hätte. Die andere Interpretation lautet: Van Eijk und Sandee haben ein Quasi-Experiment durchgeführt. Es ist ihnen gelungen, die tatsächliche Wirtschaftspolitik in einem Modell zu simulieren; denn das Verfahren, das in diesem einen Fall eine brauchbare nachträgliche Vorhersage lieferte, kann vielleicht

auch zu einer brauchbaren Prognose oder Entscheidungshilfe führen.

Den Erfordernissen der Praxis am nächsten kommt wohl das Modell der zweistufigen Programmanalyse. Aber leider ist man nicht in der Lage - es fehlt ein Beispiel für seine Anwendung -, ein gesichertes Urteil über seine Brauchbarkeit abzugeben. So werden hier zwar keine Erwartungen erfüllt, aber doch nicht ganz unberechtigte Hoffnungen geweckt.

Anhang zur reduzierten Form des Modell I von Klein¹⁾.

Das Modell hat in reduzierter Form folgende Gestalt:

$$C = \pi_{11}G + \pi_{12}T + \pi_{13}W_2 + v_1$$

$$I = \pi_{21}G + \pi_{22}T + \pi_{23}W_2 + v_2$$

$$u_1 = \pi_{31}G + \pi_{32}T + \pi_{33}W_2 + v_3$$

$$P = \pi_{41}G + \pi_{42}T + \pi_{43}W_2 + v_4$$

$$Y = \pi_{51}G + \pi_{52}T + \pi_{53}W_2 + v_5$$

$$K = \pi_{61}G + \pi_{62}T + \pi_{63}W_2 + v_6$$

Die Koeffizienten setzen sich wie folgt zusammen:

$$\pi_{11} = \frac{\frac{\alpha_1 - \alpha_1 \delta_1 + \alpha_3 \delta_1}{1 - \alpha_1 + \alpha_1 \delta_1 - \alpha_3 \delta_1} \left(1 + \frac{\beta_1 (1 - \delta_1)}{1 - \beta_1 (1 - \delta_1)} \right)}{1 - \frac{\alpha_1 - \alpha_1 \delta_1 + \alpha_3 \delta_1}{1 - \alpha_1 + \alpha_1 \delta_1 - \alpha_3 \delta_1} \frac{\beta_1 (1 - \delta_1)}{1 - \beta_1 (1 - \delta_1)}}$$

$$\pi_{12} = - \frac{\frac{\alpha_1 (\alpha_1 - \alpha_1 \delta_1 + \alpha_3 \delta_1)}{1 - \alpha_1 + \alpha_1 \delta_1 - \alpha_3 \delta_1}}{1 - \frac{\alpha_1 - \alpha_1 \delta_1 + \alpha_3 \delta_1}{1 - \alpha_1 + \alpha_1 \delta_1 - \alpha_3 \delta_1} \frac{\beta_1 (1 - \delta_1)}{1 - \beta_1 (1 - \delta_1)}}$$

$$\pi_{13} = \frac{\frac{1}{1 - \alpha_1 + \alpha_1 \delta_1 - \alpha_3 \delta_1} \left(\frac{\alpha_1 - \alpha_1 \delta_1 + \alpha_3 \delta_1}{1 - \alpha_1 + \alpha_1 \delta_1 - \alpha_3 \delta_1} \frac{\beta_1 (1 - \delta_1)}{1 - \beta_1 (1 - \delta_1)} + \alpha_1 \right)}{1 - \frac{\alpha_1 - \alpha_1 \delta_1 + \alpha_3 \delta_1}{1 - \alpha_1 + \alpha_1 \delta_1 - \alpha_3 \delta_1} \frac{\beta_1 (1 - \delta_1)}{1 - \beta_1 (1 - \delta_1)}}$$

1) Seite 131 ff.

$$\pi_{21} = \frac{\beta_1(1-\delta_1)}{1-\beta_1(1-\delta_1)} \left(1 + \frac{\frac{d_1 - d_1\delta_1 + d_3\delta_1}{1-d_1+d_1\delta_1-d_3\delta_1} \left(1 + \frac{\beta_1(1-\delta_1)}{1-\beta_1(1-\delta_1)} \right)}{1 - \frac{\dots}{\dots}} \right)$$

$$\pi_{22} = \frac{1}{1-\beta_1(1-\delta_1)} \left(\beta_1(1-\delta_1) - \frac{d_1(d_1 - d_1\delta_1 + d_3\delta_1)}{1-d_1+d_1\delta_1-d_3\delta_1} + \beta_1(1-2\delta_1) \right)$$

$$\pi_{23} = \frac{\beta_1(1-\delta_1)}{1-\beta_1(1-\delta_1)}$$

$$\left(1 + \frac{1}{1-d_1+d_1\delta_1-d_3\delta_1} \left(\frac{(d_1 - d_1\delta_1 + d_3\delta_1)}{1-\beta_1(1-\delta_1)} + d_1 \right) \right)$$

$$\pi_{31} = \delta_1 \left(\left(1 + \frac{\beta_1(1-\delta_1)}{1-\beta_1(1-\delta_1)} \right) \left(\frac{\frac{d_1 - d_1\delta_1 + d_3\delta_1}{1-d_1+d_1\delta_1-d_3\delta_1} \left(1 + \frac{\beta_1(1-\delta_1)}{1-\beta_1(1-\delta_1)} \right) + 1}{1 - \frac{\dots}{\dots}} \right) \right)$$

$$\pi_{32} = \delta_1 \left(- \frac{\frac{d_1(d_1 - d_1\delta_1 + d_3\delta_1)}{1-d_1+d_1\delta_1-d_3\delta_1}}{1 - \frac{\dots}{\dots}} \left(1 + \frac{\beta_1(1-\delta_1)}{1-\beta_1(1-\delta_1)} \right) + \frac{\beta_1(1-2\delta_1)}{1-\beta_1(1-\delta_1)} \right)$$

$$\pi_{33} = \delta_1 \left(\frac{\frac{1}{1-\alpha_1+\alpha_2\delta_1-\alpha_3\delta_2} \left((\alpha_1-\alpha_2\delta_1+\alpha_3\delta_2) \frac{\beta_1(1-\delta_1)}{1-\beta_1(1-\delta_1)} + \alpha_1 \right)}{1 - \frac{\dots}{\dots} \frac{\dots}{\dots}} \right. \\ \left. \left(1 + \frac{\beta_1(1-\delta_1)}{1-\beta_1(1-\delta_1)} \right) + \frac{\beta_1(1-\delta_1)}{1-\beta_1(1-\delta_1)} - 1 \right)$$

$$\pi_{41} = (1-\delta_1) \left(1 + \frac{\beta_1(1-\delta_1)}{1-\beta_1(1-\delta_1)} \right. \\ \left. \left(\frac{\frac{\alpha_1-\alpha_2\delta_1+\alpha_3\delta_2}{1-\alpha_1+\alpha_2\delta_1-\alpha_3\delta_2} \left(1 + \frac{\beta_1(1-\delta_1)}{1-\beta_1(1-\delta_1)} \right)}{1 - \frac{\dots}{\dots} \frac{\dots}{\dots}} + 1 \right) \right)$$

$$\pi_{42} = (1-\delta_1) \left(- \frac{\frac{\alpha_1(\alpha_1-\alpha_2\delta_1+\alpha_3\delta_2)}{1-\alpha_1+\alpha_2\delta_1-\alpha_3\delta_2}}{1 - \frac{\dots}{\dots} \frac{\dots}{\dots}} \right. \\ \left. \left(1 + \frac{\beta_1(1-\delta_1)}{1-\beta_1(1-\delta_1)} \right) + \frac{\beta_1(1-\delta_1)}{1-\beta_1(1-\delta_1)} - 1 \right) - \delta_1$$

$$\pi_{43} = (1-\delta_1) \left(\frac{\frac{1}{1-\alpha_1+\alpha_2\delta_1-\alpha_3\delta_2} \left((\alpha_1-\alpha_2\delta_1+\alpha_3\delta_2) \frac{\beta_1(1-\delta_1)}{1-\beta_1(1-\delta_1)} + \alpha_1 \right)}{1 - \frac{\dots}{\dots} \frac{\dots}{\dots}} \right. \\ \left. \left(1 + \frac{\beta_1(1-\delta_1)}{1-\beta_1(1-\delta_1)} \right) + \frac{\beta_1(1-\delta_1)}{1-\beta_1(1-\delta_1)} \right) + (\delta_1 - 1)$$

$$\pi_{51} = \frac{1}{1-d_1-d_1\delta_1+d_3\delta_1-\beta_1(1-\delta_1)}$$

$$\pi_{52} = \frac{\delta_1(-d_1+d_3+\beta_1)-1}{1-d_1-d_1\delta_1+d_3\delta_1-\beta_1(1-\delta_1)}$$

$$\pi_{53} = \frac{\delta_1(d_1-d_3+\beta_1)-d_1+d_3-\beta_1}{1-d_1-d_1\delta_1+d_3\delta_1-\beta_1(1-\delta_1)}$$

$$\pi_{61} = \beta_1(1-\delta_1) \left(\left(1 + \frac{\beta_1(1-\delta_1)}{1-\beta_1(1-\delta_1)} \right) \frac{\frac{d_1-d_1\delta_1+d_3\delta_1}{1-d_1+d_1\delta_1-d_3\delta_1} \left(1 + \frac{\beta_1(1-\delta_1)}{1-\beta_1(1-\delta_1)} \right)}{1 - \frac{\dots}{\dots}} + 1 \right)$$

$$\pi_{62} = \beta_1(1-\delta_1) \left(- \frac{\frac{d_1(d_1-d_1\delta_1+d_3\delta_1)}{1-d_1+d_1\delta_1-d_3\delta_1}}{1 - \frac{\dots}{\dots}} \left(1 + \frac{\beta_1(1-\delta_1)}{1-\beta_1(1-\delta_1)} \right) + \frac{\beta_1(1-2\delta_1)}{1-\beta_1(1-\delta_1)} - 1 \right) - \beta_1\delta_1$$

$$\pi_{63} = \beta_1(1-\delta_1) \left(\frac{\frac{1}{1-d_1+d_1\delta_1-d_3\delta_1} \left((d_1-d_1\delta_1+d_3\delta_1) \frac{\beta_1(1-\delta_1)}{1-\beta_1(1-\delta_1)} + d_1 \right)}{1 - \frac{\dots}{\dots}} \left(1 + \frac{\beta_1(1-\delta_1)}{1-\beta_1(1-\delta_1)} \right) + \frac{\beta_1(1-\delta_1)}{1-\beta_1(1-\delta_1)} \right) + \beta_1(1-\delta_1).$$

Literaturverzeichnis

- Allen, Clark Lee; Modern Welfare Economics and Public Policy, Southern Economic Journal, Bd.19, 1952-53
- Arrow, Kenneth J.; Social Choice and Individual Values, 2.ed., New York, London, Sidney, 1963
- Baumol, William J.; Welfare Economics and the Theory of the State, 2.ed., London, 1965
- Beckmann, Martin J.; Lineare Planungsrechnung, Ludwigshafen, 1959
- Bénard, Jean; Conflits et Choix dans l'Elaboration de la Politique Economique, Revue Economique, Bd.13, 1962
- Bergson, Abram; A Reformulation of certain Aspects of Welfare Economics, in: Bergson,A.; Essays in Normative Economics, Cambridge, Mass., 1966
- .- Collective Decision-Making and Social Welfare, in: Bergson; Essays...,a.a.O.
- Black, Duncan; On the Rationale of Group Decision Making, Journal of Political Economy, Bd. 56, 1948
- .- The Decisions of a Committee using a special Majority, Econometrics, Bd.16, 1948
- Bössmann, Eva; Zur neueren Diskussion über soziale Wohlfahrtsfunktionen, Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft, Bd.121, 1965
- van den Bogaard, P.J.M.; Macrodynamic Policy-Making: Theil, H. An Application of Strategy and Certainty Equivalence Concepts to the Economy of the United States, 1933-1936, Metroeconomica, Bd.11, 1959

- Bombach, Gottfried; Taktik und Strategie in der Wirtschaftspolitik, Kyklos, Bd.20, 1967
- Boulding, Kenneth E.; Welfare Economics, in: A Survey of Contemporary Economics, Bd.II, Hrsgb: Haley, Bernhard F., Homewood, Ill., 1952
- . - Principles of Economic Policy, Englewood Cliffs, N.J., 1958
- Breithwaite, R.B.; The Theory of Games as a Tool for the Moral Philosopher, Cambridge University Press, 1955
- The Brookings Quarterly Econometric Model of the United States, Hrsgb: Duesenberry, James S.; Fromm, Gary; Klein, Lawrence R.; Kuhn, Edwin; Chicago, Amsterdam, 1965
- Buchanan, James M.; Positive Economics, Welfare Economics, and Political Economy, Journal of Law & Economics, Bd.2, 1959
- . - The Calculus of Consent, Ann Arbor, Tullock, Gordon 1962
- Chenery, Hollis B.; Interindustry Economics, New York, Clark, Paul G. 1959
- Dahl, Robert A.; Politics, Economics and Welfare, Lindblom, C.E. New York, 1953
- Dantzig, George B.; Lineare Programmierung und Erweiterungen, übersetzt von Jaeger, Arno, Berlin, Heidelberg, New York, 1966
- . - Decomposition Principle for Linear Programs, Operations Research, Wolfe, Philip Bd.8, 1960
- . - The Decomposition Algorithm for Linear Programs, Econometrica, Bd.29, 1961

- Dorfman, Robert; Linear Programming and Economic Analysis, New York, Toronto, London, 1958
- Samuelson, P.A.
Solow, R.M.
- Downs, Anthony; An Economic Theory of Democracy, New York, 1957
- van Eijk, C.J.; Quantitative Determination of an Optimum Economic Policy, Econometrica, Bd.27, 1959
- Sandee, J.
- Fox, Karl A.; The Theory of Quantitative Economic Policy with Applications to Economic Growth and Stabilization, Amsterdam, 1966
- Sengupta, J.
Thorbecke, E.
- Fréchet, Maurice; Sur les fonctions de bien-être, Revue d'Economie Politique, Bd.61, 1951
- Frisch, Ragnar; L'emploi des modèles pour l'élaboration d'une politique économique rationnelle, Memorandum fra Universitetets Socialøkonomiske Institutt, Oslo, 1951
- .-.- From National Accounts to Macroeconomic Decision Models, A Synopsis of Ideas to be presented at the Meeting of the International Association for Research in Income and Wealth, Rome, 1953, ohne Angabe des Erscheinungsortes, 1953
- .-.- Principles of Linear Programming, Memorandum fra Universitetets Socialøkonomiske Institutt, Oslo, 1954
- .-.- The Multiplex Method for Linear and Quadratic Programming, Memorandum fra Socialøkonomiske Institutt, Oslo, 1955
- .-.- Macroeconomics and Linear Programming, in: 25 Economic Essays in Honour of Erik Lindahl, Stockholm, 1956

- Frisch, Ragnar; Numerical Determination of a Quadratic Preference Function for Use in Macroeconomic Planning, Memorandum fra Universitetets Sosialøkonomiske Institutt, Oslo, 1957
- A Numerical Example of a Linear Programming Problem, Memorandum fra Sosialøkonomiske Institutt, Universitetets i Oslo, 1958
- On Welfare Theory and Pareto Regions, International Economic Papers, Nr.9, 1959
- Planning for India: Selected Explorations in Methodology, London, Calcutta, 1960
- Gäfen, Gérard; Zur Theorie kollektiver Entscheidungen in der Wirtschaft, Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik, Bd.173, 1961
- Theorie der wirtschaftlichen Entscheidung, Tübingen, 1963
- Gale, David; The Theory of Linear Economic Models, New York, Toronto, London, 1960
- Giersch, Herbert; Allgemeine Wirtschaftspolitik, Grundlagen, Wiesbaden, 1960
- Goldberger, Arthur S.; Econometric Theory, New York, London, Sidney, 1965
- Goldman, A.J.; Resolution and Separation Theorems for Polyhedral Convex Sets, in: Kuhn, H.W.; Tucker, A.W.; Linear Inequalities and Related Systems, Annals of Mathematics Studies, Nr.38, edited by Kuhn, Tucker, Princeton, N.J., 1956

- Goldman, A.J.; Theory of Linear Programming, in:
Tucker, A.W. Linear Inequalities and Related
Systems, a.s.O.
- Grundlagen der Wirtschaftspolitik, Einleitung des Her-
ausgebers, Hrsgb: Gäfgen, G., Köln,
Berlin, 1966
- Harding, Fred O.; Politisches Modell zur Wirtschafts-
theorie, Freiburg, 1959
- Harsanyi, John C.; Approaches to the Bargaining Problem
before and after the Theory of Games:
A critical Discussion of Zeuthen's,
Hicks' and Nash's Theories, Econome-
trica, Bd.24, 1956
- . - Models for the Analysis of Balance of
Power in Society, in: Logic, Methodo-
logy and Philosophy of Science,
Hrsgb: Nagel, Ernest; Suppes, Patrick;
Tarski, Alfred, Stanford, 1962
- Hicks, J.R.; The Theory of Wages, London, 1932
- . - Linear Theory, Economic Journal,
Bd.70, 1960
- Hitch, Charles; Suboptimization in Operations Pro-
blems, Operations Research, Bd.1,
1953
- Hutchison, T.W.; The Significance and Basic Postulates
of Economic Theory, New York, 1965,
reprinted
- Inada, Ken-ichi; Alternative incompatible Conditions
for a Social Welfare Function,
Econometrica, Bd.23, 1955
- . - On the Economic Welfare Function,
Econometrica, Bd.32, 1964
- Jochimsen, Reimut; Ansatzpunkte der Wohlstandsökonomik
Basel, Tübingen, 1961

- Joksch, H.C.; Constraints, Objectives, Efficient Solutions and Suboptimization in Mathematical Programming, Zeitschrift f.d.ges.Staatswissenschaft, Bd.122, 1966
- Kade, Gerhard; Wirtschaftsprogrammierung, in: Sozialökonomie in politischer Verantwortung, Festschrift für Joachim Tiburtius, Hrsgb: Triebenstein, Olaf, Berlin, 1964
- Kirschen, E.S. u.a.; Ziele der praktischen Wirtschaftspolitik, in: Grundlagen der Wirtschaftspolitik, a.a.O.
- Klein, Lawrence; The Case for Planning, University Institute of Economics, Oslo, Stencil-memo, sec.printing, 1949
- Economic Fluctuations in the United States, 1921-1941, New York, London, 1950
- König, Heinz; Die volkswirtschaftliche Gesamtrechnung als Instrument der Wirtschaftspolitik, Zeitschrift f.d.ges. Staatswissenschaft, Bd.114, 1958
- Koopmans, Tjalling C.; Analysis of Production as an Efficient Combination of Activities, in: Koopmans; Activity Analysis of Production and Allocation, Cowles Commission for Research in Economics, Monograph Nr.13, New York, London, Sidney, 1951
- Kornai, János; Mathematical Planning of Structural Decisions, Amsterdam, 1967
- Two-Level Planning, Econometrica, Bd.33, 1965
- Lipták, Thomas

- Kromphardt, Wilhelm; Lineare Entscheidungsmodelle,
Henn, Rudolf Berlin, Göttingen, Heidelberg, 1962
Förstner, Karl
- Kurihara, Kenneth K.; Linear Programming Models of
Employment and Investment, *Economia
Internazionale*, Bd.16, 1963
- .- Macroeconomics and Programming,
London, 1964
- Kuhn, H.W.; Nonlinear Programming, in: *Procee-
dings of the Second Berkeley Sympo-
sium on Mathematical Statistics and
Probability*, Berkeley, Los Angeles,
1951
- Tucker, A.W.
- Lindblom, Charles E.; Tinbergen on Policy Making,
Journal of Political Economy, Bd.66,
1958
- Little, I.M.D.; Social Choice and Individual Values,
Journal of Political Economy, Bd.60,
1952
- .- A Critique of Welfare Economics,
2.ed., London, 1960
- Luce, Duncan; Games and Decisions, New York, 1957
Raiffa, Howard
- Millikan, Max F.; Objectives for Economic Policy in a
Democracy, in: *Income Stabilization
for a Developing Democracy, A Study
of the Politics and Economics of High
Employment without Inflation*, Hrsgb:
Milliken, Max, New Haven, 1953
- Mishan, Edward J.; A Survey of Welfare Economics
1939-1959, in: Mishan, E.J.; *Welfare
Economics*, New York, 1964
- Morgenstern, Oskar; *Die Grenzen der Wirtschaftspoli-
tik*, Wien, 1934

- Morgenstern, Oskar; Wann ist ein wirtschaftspolitisches Problem lösbar? in: Morgenstern, O.; Spieltheorie und Wirtschaftswissenschaft, Wien, München, 1963
- Nagel, Ernest; Über die Aussage:"Das Ganze ist mehr als die Summe seiner Teile"., in: Logik der Sozialwissenschaften, Hrsgb: Topitsch, Ernst, Köln, Berlin, 1965
- Nash, J.F.; The Bargaining Problem, Econometrica Bd.18, 1950
- Nath, S.K.; Are formal Welfare Criteria Required?, The Economic Journal, Bd.74, 1964
- Pahlke, Jürgen; Welfare Economics, Grundlage allgemeingültiger wirtschaftspolitischer Entscheidungen?, Berlin, 1960
- Papandreou, Andreas; Fundamentals of Model Construction in Macroeconomics, Athen, 1962
- . - Introduction to Macroeconomic Models, Athen, 1965
- Pigou, Arthur Cecil; The Economics of Welfare, 4.ed., London, 1962
- Planung in der freien Marktwirtschaft, Bergedorfer Gesprächskreis zu Fragen der industriellen Gesellschaft, Bergedorfer Protokolle, Bd.7, Hamburg, Berlin, 1964
- Reder, Melvin Warren; Studies in the Theory of Welfare Economics, New York, London, 6.ed., 1963
- Röpke, Wilhelm; Der wissenschaftliche Ort der Nationalökonomie, Studium Generale, Bd.6, 1953

- Rothenberg, Jerome; The Measurement of Social Welfare,
Englewood Cliffs, N.J., 1961
- Samuelson, Paul A.; Full Employment versus Progress
and other Economic Goals, in: Income
Stabilization for a Developing Demo-
cracy, a.a.o.
- Foundations of Economic Analysis,
7.ed., Cambridge, Mass., 1963
- Evaluation of Real National Income,
in: The Collected Scientific Papers
of Paul A. Samuelson, Bd.II, Hrsgb:
Stiglitz, Joseph E., Cambridge, Mass.,
London, 1966
- Schams, Ewald; Wirtschaftslogik, Schmollers Jahr-
buch, Bd.58, 1934
- Schelling, Thomas C.; The Strategy of Conflict, Cam-
bridge, Mass., 1960
- Schiller, Karl; Wirtschaftspolitik, in: Handwörter-
buch der Sozialwissenschaften, Bd.12,
Stuttgart, Tübingen, Göttingen,
1965
- Scope and Methods of the Central Planning Bureau,
Hrsgb: The Central Planning Bureau,
The Hague, 1956
- Simon, Herbert A.; A Behavioral Model of Rational
Choice, in: Simon, H.A.; Models of
Man, New York, 1957
- Smithies, Arthur; Economic Welfare and Policy, in: Eco-
nomics and Public Policy, Brookings
Lectures 1954, by Arthur Smithies
and others, Washington, 1955
- Snyder, Richard C.; Game Theory and the Analysis of
Political Behavior, in: Research Fron-
tiers in Politics and Government,
Brookings Lectures 1955, Washington,
1955

- Stöwe, Heinz; Ökonometrie und makroökonomische
Theorie, Stuttgart, 1959
- Theil, H.; Econometric Models and Welfare Maxi-
misation, Weltwirtschaftliches Archiv,
Bd.72, 1954
- On the Theory of Economic Policy,
American Economic Review, Bd.46, 1956
- Economic Forecasts and Policy,
Amsterdam, 1958
- Optimal Decision Rules for Government
and Industry, Amsterdam, 1964
- Tinbergen, Jan; Centralization and Decentralization
in Economic Policy, Amsterdam, 1954
- The Theory of the Optimum Regime, in:
Tinbergen, J.; Selected Papers, Hrsgb:
Klaassen, L.; Koyck, L.M.; Witteveen,
H.J.; Amsterdam, 1959
- On the Theory of Economic Policy,
2.ed., Amsterdam, 1963
- Economic Policy: Principles and
Design, Amsterdam, 1964
- Unkelbach, Helmut; Wähler, Parteien, Parlament, Frank-
Wildemann, R. furt/M., Bonn, 1965
- Kaltefleiter, W.
- Weckstein, Richard S.; Welfare Criteria and Changing
Tastes, American Economic Review,
Bd.52, 1962
- Weldon, J.C.; On the Problem of Social Welfare
Functions, Canadian Journal of Econo-
mics and Political Science, Bd.18,
1952
- Weyl, Hermann; Philosophie der Mathematik und Natur-
wissenschaft, München, 1928

- Wiseman, J.; Economic Analysis and Public Policy,
 Economic Journal, Bd.70, 1960
- Wolfe, Philip; Determinateness of Polyhedral Games,
 in: Linear Inequalities..., s.s.O.
- Zeuthen, Frederik; Problems of Monopoly and Economic
 Warfare, London, 1930
- .- Science and Welfare in Economic Poli-
 cy, Quarterly Journal of Economics,
 Bd.73, 1954
- .- Economic Theory and Method, New York,
 London, Toronto, 1955

L e b e n s l a u f .

Am 19. April 1941 wurde ich als zweites Kind des Dipl. Volkswirt Walter Hustedt und seiner Ehefrau Dipl. Volkswirt Hilde Hustedt, geb. Meyer, in Bielefeld geboren. Von 1947 bis 1951 besuchte ich in Bielefeld die Volksschule, anschließend am gleichen Ort von 1951 bis 1960 das Staatl. Städt. Gymnasium, an dem ich 1960 die Reifeprüfung ablegte. Nach Ableistung des Wehrdienstes - 1960 bis 1961 - begann ich im Sommersemester 1961 das Studium der Volkswirtschaft in Mainz. Die folgenden zwei Semester studierte ich in Bordeaux; danach kehrte ich nach Mainz zurück, wo ich 1965 das Diplom-Examen für Volkswirte ablegte. Ein Stipendium der Stiftung Volkswagenwerk ermöglichte es mir in den folgenden zwei Jahren, meine Doktorarbeit anzufertigen. Am 9.2.1968 unterzog ich mich der mündlichen Doktorprüfung.

Mainz, den 14. 2. 1968

Walter Hustedt

BAMBERGER FOTODRUCK · RUDOLF RODENBUSCH
8800 BAMBERG · Markusplatz 22 · Telefon: 0951/26794